

מבחן מס' 1**פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות**

1. ביער גדול קיימים עצים רבים מאד, מסוגים שונים. מתברר כי גובה העצים מתפלג נורמלית. הגובה של 10% מן העצים נמוך מ-7.5 מטר. הגובה של 2.5% מן העצים מעל 20 מטר. א. חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של גובה העצים ביער. ב. ביער זה נספרו 16,000 עצים. חשבו: הגובה של כמה מן העצים (בקירוב) הוא בין 10 מטר לבין 21 מטר? ג. עקב טעות במכשיר המדידה, התברר שיש להפחית 5% מגובהו של כל עץ שנמדד. כיצד ישנתו הממוצע וסטיית התקן בעקבות התיקון? מצאו את הממוצע ואת סטיית התקן לאחר התיקון.

2. במסיבה של בני נוער נערך רישום גיל המשתתפים:

17	16	15	גיל (שנים)
y	8	x	מספר משתתפים

נמצא כי הגיל הממוצע של המשתתפים הוא 16 שנים.

- א. הראו כי $x = y$.
- ב. האם ניתן לחשב את הגיל השכיח? אם כן, מהו?
- ג. מאוחר יותר, הצטרפו למסיבה 5 בני נוער נוספים. ממוצע הגילים של משתתפי המסיבה, כולל חמשת המשתתפים הנוספים, לא השתנה. שניים מבני הנוער שנוספו היו בני 17 כל אחד. מה היה סכום הגילים של שלושת בני הנוער הנוספים שהצטרפו יותר מאוחר?
- ד. בסוף המסיבה נספרו סה"כ 35 משתתפים. כמה בני 17 השתתפו במסיבה?
- שישה מבין משתתפי המסיבה ערכו תחרות קליעה למטרה. כל משתתף בתחרות קלע למטרה 10 פעמים. נבדק הקשר בין גיל המשתתף (x) לבין מספר הפעמים בהן הצליח לקלוע (y). משוואת קו הרגרסיה לניבוי מספר הפגיעות על פי גיל המשתתף היא: $y = 1.26x - 14.53$.
- הגיל הממוצע של המשתתפים בתחרות הקליעה למטרה (\bar{x}) היה 15.5 שנים.
- 1) האם מקדם המתאם r בין y ו- x הוא חיובי או שלילי? נמקו
- 2) חשבו את ממוצע מספר הפגיעות (\bar{y}) על פי משוואת קו הרגרסיה.
- 3) נתון: $S_x = 0.96$, $S_y = 2.38$. חשבו את מקדם המתאם r .
- 4) קבעו האם הקשר בין גיל המשתתף בתחרות לבין ההצלחה לפגוע במטרה הנו חזק, בינוני או חלש?

3. בכניסה לאולם אירועים נמצאת סלסילה ובה סוכריות זהות בגודלן.

בסלסילה הונחו 12 סוכריות בטעם ענבים, 15 סוכריות בטעם מנטה ו- x סוכריות בטעם לימון. טעם הסוכרייה רשום על העטיפה.

א. האורח הראשון שהגיע לאולם ניגש לסלסילה והוציא ממנה סוכרייה אחת. אם הסוכרייה שהוצאה היא בטעם מנטה או לימון, הוא מחזיר אותה לסלסילה ומוציא ממנה סוכרייה נוספת. אם הסוכרייה הראשונה היא בטעם ענבים, הוא לוקח אותה ואז מוציא סוכרייה נוספת מן הסלסילה.

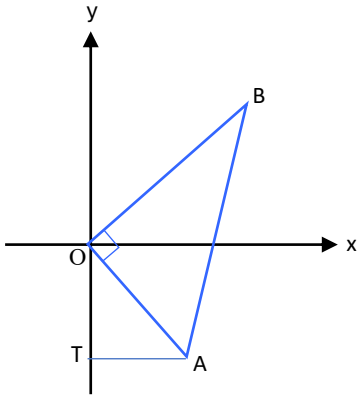
$$\text{ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציא היו בטעם ענבים היא } \frac{11}{130}.$$

(1) מצאו את x .

(2) מה ההסתברות שהאורח הראשון הוציא שתי סוכריות באותו טעם?

ב. הסתבר שהאורח הראשון הוציא סוכרייה בטעם ענבים וסוכרייה בטעם מנטה. האורח השני שהגיע אחריו הוציא באקראי שתי סוכריות ללא החזרה. מה ההסתברות שהאורח השני הוציא שתי סוכריות בטעמים שונים?

פרק שני – גיאומטריה



4. נתון משולש ישר-זווית AOB ($\angle AOB = 90^\circ$), O ראשית

הצירים. דרך הנקודה A מעבירים ישר מקביל לציר ה- x .

הישר חותך את ציר ה- y בנקודה T (ראו שרטוט).

נתון: $\angle OAT = \angle OAB$, $A(9; -12)$.

הנקודה B נמצאת ברביע הראשון.

א. מצאו את אורכי הקטעים AO , OT , AT .

ב. (1) הוכיחו: $\triangle ATO \sim \triangle AOB$.

(2) חשבו את אורך הצלע OB .

ג. (1) מצאו את משוואת הישר OB .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה B .

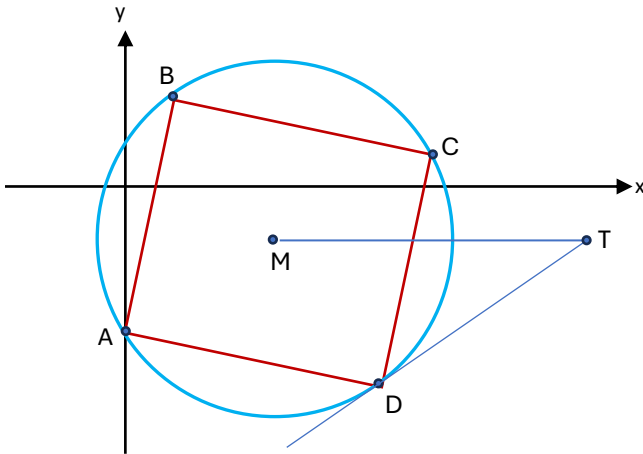
ד. דרך הנקודה B מעבירים ישר המקביל לצלע OA . הישר חותך את ציר ה- x בנקודה E .

קבעו איזו מן הטענות הבאות נכונה ונמקו:

I. המרובע $AOBE$ הוא מקבילית.

II. המרובע $AOBE$ הוא טרפז.

III. המרובע $AOBE$ הוא מלבן.



5. קודקודי הריבוע ABCD נמצאים על מעגל שמרכזו M.

הקודקוד A נמצא על ציר ה- y . נתון:

$C(12;2)$, מרכז המעגל נמצא על הישר $y = -2$.

א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר עליו נמצא האלכסון BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקודים B ו-D.

מעבירים ישר המשיק למעגל בנקודה D.

דרך מרכז המעגל M מעבירים ישר המקביל לציר ה- x .

ישר זה חותך את המשיק בנקודה T (ראו שרטוט).

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה T.

(2) חשבו את הזווית $\angle MTD$.

ד. הישר MT חותך את הצלע CD בנקודה E.

(1) מצאו את שיעורי הנקודה E.

(2) חשבו את שטח המשולש MED.

(3) הנקודה F היא אמצע הקטע MD. חשבו את שטח המשולש MEF.

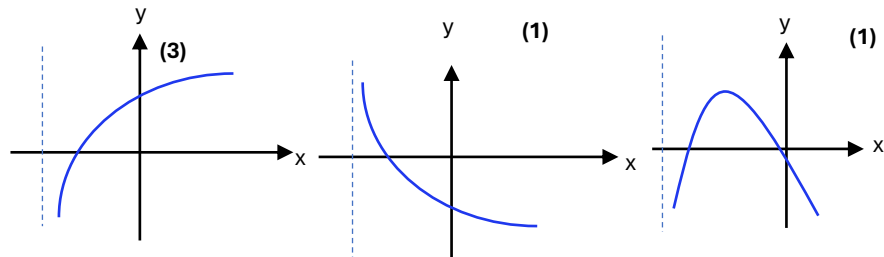
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

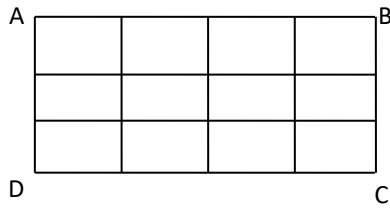
$$6. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{6x - 15}{x^2 + 6} + 1$$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות לגרף הפונקציה המאונכות לצירים.
 (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 (2) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 1)$.
 ג. (1) הוסיפו לגרף הפונקציה $f(x)$ את גרף הפונקציה $g(x)$.
 (2) נסמן: A - נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$, B - נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$, C - נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$, D - נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$.
 הסבירו מדוע המרובע ABDC הוא מקבילית וחשבו את שטח המקבילית.

$$7. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = (x - 3)\sqrt{2x + 12}$$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ב. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 (2) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה $g(x) = 2 \cdot f(x)$.
 ג. (1) קבעו איזה מן הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
 (2) חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g'(x)$, ציר ה-x וציר ה-y.





8. סורג לחלון מלבני מורכב מארבעה מוטות אופקיים זהים

וחמישה מוטות אנכיים זהים (ראו ציור). שטח הסורג

הוא 3.2 מ"ר.

א. מה צריך להיות האורך של כל אחד מן המוטות האופקיים

והאורך של כל אחד מן המוטות האנכיים, כדי שסכום

אורכי המוטות מהם מורכב הסורג יהיה מינימלי ?

ב. המוטות עשויים מחוט מתכת . האם חוט מתכת שאורכו 15 מ' יספיק לבניית הסורג ? נמקו.

ג. מצאו את היקפו של החלון כאשר סכום המוטות הוא מינימלי.

בהצלחה!

תשובות

1. א. הגובה הממוצע: 12.438 מטר, סטיית התקן: 3.858 מטר ב. 11564 עצים בקירוב
ג. הממוצע יקטן ב- 5% ויהיה מטר $\bar{x} = 11.816$,
סטיית התקן תקטן ב- 5% ותהיה מטר $S = 3.6651$

2. א. 2) לא ניתן לחשב ב. 46 שנים ג. 13
ד. 1) חיובי 2) $\bar{y} = 5$ 3) $r = 0.51$ 4) בינוני

3. א. 1) $x = 13$ 2) 0.33 ב. 0.68

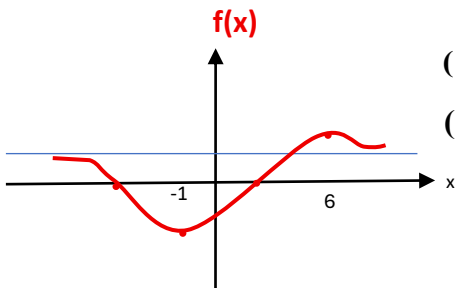
4. א. 1) $OA = 15$, $OT = 12$, $AT = 9$ ב. 1) הוכחה 2) $OB = 20$

- ג. 1) $y = \frac{3}{4}x$ 2) $B(16;12)$ ד. 1) נכון 2) לא נכון 3) נכון

5. א. 1) $A(0;-6)$ 2) $(x-6)^2 + (y+2)^2 = 52$ ב. 1) $y = -1.5x + 7$

- 2) $D(10;-8)$, $B(2;4)$ 1) ג. 1) $T(19;-2)$ 2) $\sphericalangle MTD = 33.69^\circ$

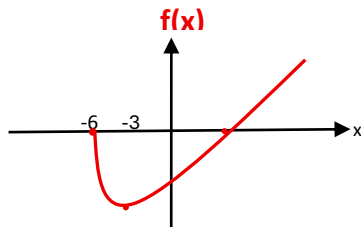
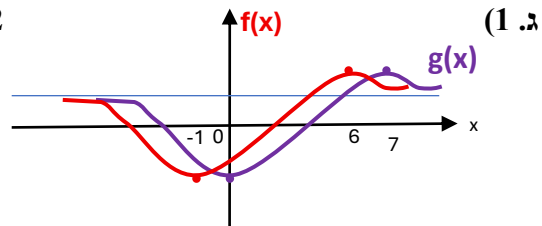
- ד. 1) $E(11.2;-2)$ 2) $S_{\Delta MED} = 15.6$ 3) $S_{\Delta MEF} = 7.8$



6. א. 1) כל ערך של x 2) $y = 1$ 3) $(1.24;0)$, $(-7.24;0)$, $(0;-1.5)$

- ב. 1) מינימום $(-1;-2)$, מקסימום $(6;1.5)$ 2)

3.5



7. א. 1) $x \geq -6$ 2) $(3;0)$, $(-6;0)$, $(0;-6\sqrt{3})$

- ב. 1) $(-6;0)$ מקסימום, $(-3;-6\sqrt{6})$ מינימום 2)

- ג. 1) גרף 2) 8.61 3)

8. א. אורך כל מוט אופקי הוא 2 מ' ואורך כל מוט אנכי הוא 1.6 מ' ב. לא ג. 7.2 מ'

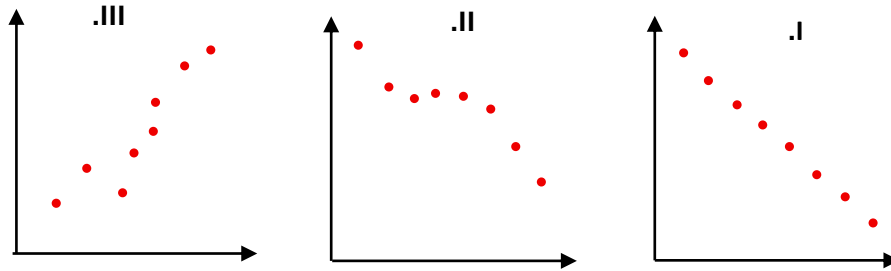
מבחן מס' 2**פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות**

1. הילי, גליה ואסף הם שלושה תלמידים שניגשו לאותה בחינת בגרות במתמטיקה במועד החורף וגם במועד הקיץ. בשני המועדים הציונים התפלגו נורמלית. במועד החורף ממוצע הציונים היה 69 וסטיית התקן הייתה 18. במועד הקיץ הממוצע היה 72 וסטיית התקן הייתה 11. הציון של הילי בשני המועדים היה 80.
- א. באיזה משני המועדים הצליחה הילי יותר ביחס לשאר הנבחנים?
- ב. הציון של גליה במועד החורף היה 80.
- 1) איזה אחוז מן הנבחנים במועד החורף קיבלו ציון גבוה מן הציון של גליה?
- 2) במועד הקיץ, אחוז הנבחנים שקיבלו ציון גבוה מן הציון של גליה היה אותו אחוז כמו במועד החורף. מה היה הציון של גליה במועד הקיץ?
- ג. הציון של אסף, בכל אחד משני המועדים היה גבוה בסטיית תקן אחת מן הציון הממוצע באותו מועד. האם ההצלחה של אסף ביחס לשאר הנבחנים הייתה גבוהה, נמוכה או זהה בשני המועדים? נמקו קביעתכם.

2. בבית קפה גדול, נבדק ביום כלשהו הקשר בין הזמן x (דקות) הנדרש לצוות לספק את ההזמנה ללקוח לבין אחוז התשר y שהשאיר הלקוח עבור השרות. הממצאים נרשמו בטבלה הבאה:

20	18	15	12	10	8	7	5	x (דקות)
5	8	10	12	12	10	12	15	y (אחוז)

א. זהו איזו מן הדיאגרמות הבאות מתאימה לממצאים ונמקו:



ב. נתון: משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = mx + 16.9$.

(1) מצאו את m .

(2) נתון: $S_x = 5$, $S_y = 4.8$. מצאו את מקדם המתאם r .

ג. אחד הלקוחות בבית הקפה המתין 9 דקות עד קבלת ההזמנה שלו.

מה צפוי להיות אחוז התשר שישאיר הלקוח בעת התשלום על פי משוואת קו הרגרסיה?

3. שתי חברות אלקטרוניקה מייצרות פלאפונים עם ביצועים דומים. הפלאפונים המיוצרים בחברה א'

יקרים יותר מאלה המיוצרים בחברה ב'. נבדקו התקלות שהתגלו בכל אחד מסוגי הפלאפונים בשנה

הראשונה לאחר מכירתם. 70% מן הפלאפונים שנבדקו היו פלאפונים שמיוצרים בחברה א'.

בקרב 10% מן הפלאפונים המיוצרים בחברה א' התגלו תקלות בשנת השימוש הראשונה.

בקרב 15% מן הפלאפונים המיוצרים בחברה ב' התגלו תקלות בשנת השימוש הראשונה.

א. מצאו את אחוז הפלאפונים בהם התגלו תקלות בשנה הראשונה בקרב כל הפלאפונים שהשתתפו במבדק.

ב. נבחר באקראי באחד הפלאפונים בהם התגלתה תקלה בשנה הראשונה. מה ההסתברות שהוא מיוצר בחברה ב'?

ג. קבעו נכון/לא נכון לגבי כל אחת מן הטענות הבאות ונמקו:

(1) אם בוחרים באקראי פלאפון שהתגלתה בו תקלה בשנת השימוש הראשונה, ההסתברות שהנו

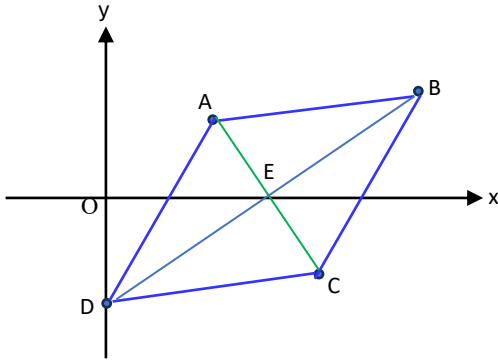
מן הסוג הזול גבוהה מן ההסתברות שהוא מן הסוג היקר (המיוצר בחברה א').

(2) אם בוחרים באקראי פלאפון שלא התגלתה בו תקלה בשנת השימוש הראשונה, ההסתברות

שהנו מן הסוג היקר גבוהה יותר מן ההסתברות שהנו מן הסוג הזול.

פרק שני – גיאומטריה

4. המרובע ABCD הוא מעוין. הקודקוד D נמצא על ציר ה- y .



הנקודה E היא נקודת החיתוך של אלכסוני המעוין והיא

נמצאת על ציר ה- x בנקודה שבה $x = 6$.

הקודקוד B נמצא על הישר $y = 4$ (ראו שרטוט).

א. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו-D.

ב. מצאו את משוואת הישר AC.

ג. נתון: שטח המשולש AOE הוא 9 (O ראשית הצירים).

1) מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.

2) חשבו את שטח המרובע OABE.

ד. 1) חשבו את זוויות המעוין ABCD.

2) חשב את הזווית $\angle AEO$.

5. מעגל שמרכזו M עובר דרך ראשית הצירים O. המעגל חותך

את ציר ה- x בנקודה נוספת B ואת ציר ה- y בנקודה נוספת A.

א. הוכיחו: הקטע AB הוא קוטר המעגל.

ב. נתון: משוואת הישר AB היא $y = -\frac{3}{4}x + 12$.

1) מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

2) מצאו את משוואת המעגל.

ג. דרך מרכז המעגל מעבירים ישר המקביל לציר ה- x .

הישר חותך את המעגל בנקודות C ו-D (ראו שרטוט).

1) הסבירו מדוע CM מאונך ל- AO .

2) הוכיחו: $\triangle MAC \cong \triangle MOC$.

3) הוכיחו: המרובע ACOM הוא דלתון.

4) חשבו את שטח הדלתון ACOM.

ד. לפניכם 3 טענות. קבעו לגבי כל אחת מהן האם היא נכונה או לא נכונה ונמקו:

(1) $\triangle MCA \cong \triangle MDB$

(2) המרובע OCDB הוא מקבילית.

(3) המרובע ADBC הוא מלבן.

ה. 1) מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

2) חשבו את היקף המרובע OCDB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל

פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-5}{a-x^2}$, פרמטר a .

א. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=0$ הוא $\frac{1}{9}$. מצאו את a .

ב. הציבו $a=9$ ומצאו:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את משוואות האסימפטוטות לגרף הפונקציה המקבילות לצירים.

(3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(4) את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

(5) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+5)$. היעזרו בסעיפים הקודמים ומצאו:

(1) את משוואות האסימפטוטות לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילות לצירים.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(3) את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x - 6 + 2\sqrt{18-3x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

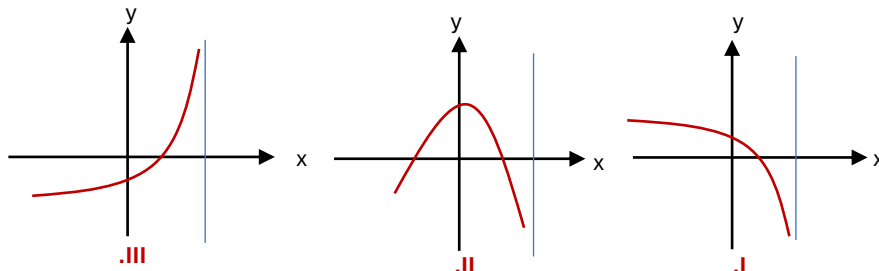
ג. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ד. נתון: אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x הנמצאת משמאל לראשית

הצירים. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

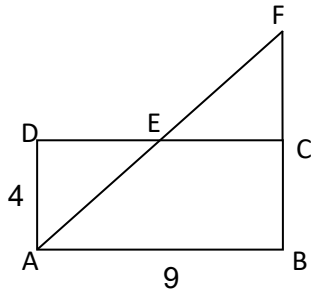
ה. פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 6$.

קבעו איזה מן הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ונמקו את קביעתכם.



ו. נתונה הפונקציה $g(x) = -f'(x)$. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$, ציר ה- x

וציר ה- y .



8. נתון מלבן ABCD שאורכו 9 ורוחבו 4 .
 הנקודה F נמצאת על המשך הצלע BC . הקטע AF
 חותך את הצלע DC בנקודה E (ראו שרטוט).
 א. סמנו: $DE = x$ ובטאו את FC באמצעות x.
 ב. מצא את אורך הקטע DE עבורו סכום שטחי
 המשולשים EFC ו-EAD הוא מינימלי.

בהצלחה!

תשובות

1. א. במועד הקיץ (ב. 1) 27.1% (2) 79 ג. זהה

2. א. דיאגרמה II. (ב. 1) $m = -0.54$ (2) $r = -0.5625$ ג. 12%

3. א. 11.5% (ב. $\frac{9}{23} = 0.391$) ג. 1) לא נכון (2) נכון

4. א. $D(0;-4)$, $B(12;4)$ (ב. $y = -\frac{3}{2}x + 9$) ג. 1) $C(8;-3)$, $A(4;3)$ (2) 22

7. 1) $\angle ABC = \angle ADC = 53.13^\circ$, $\angle DAB = \angle DCB = 126.87^\circ$ (2) $\angle AEO = 56.31^\circ$

5. (ב. 1) $A(0;12)$, $B(16;0)$ (2) $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 100$ ג. 4) 60

ד. 1) נכון (2) לא נכון (3) נכון (ה. 1) $D(18;6)$, $C(-2;6)$ (2) 48.65

6. א. $a = 9$ (ב. 1) $x < -3$, $-3 < x < 3$, $3 < x$ (2) $x = -3$, $x = 3$, $y = 0$

3) $(5;0)$, $(0;-\frac{5}{9})$ (4) מקסימום $(1;-\frac{1}{2})$, מינימום $(9;-\frac{1}{18})$

5) תחומי עלייה: $x < -3$, $-3 < x < 1$, $x > 9$

תחומי ירידה: $1 < x < 3$, $3 < x < 9$

ד. 1) $x = -8$, $x = -2$, $y = 0$ (2) $(0;0)$

3) מקסימום $(-4;-\frac{1}{2})$, מינימום $(4;-\frac{1}{18})$

7. א. $x \leq 6$ (ב. $(3;3)$ מקסימום, $(6;0)$ מינימום

ד. $(6;0)$, $(-6;0)$, $(0;2.485)$

ה. גרף I. ו. 0.515

8. א. $FC = \frac{4(9-x)}{x}$ (ב. $DE = \sqrt{40.5} = 6.36$)

