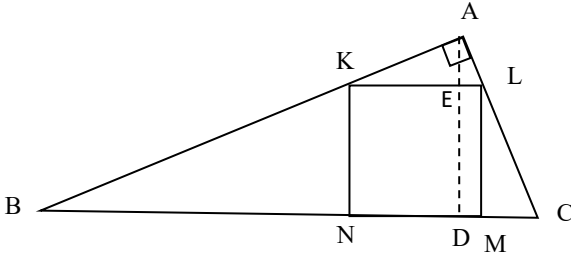


מבחן מס' 1

פרק ראשון- שאלות קצרות, סדרות והסתברות



1. א. נתון משולש ישר זווית ABC ($\angle BAC = 90^\circ$). המרובע $KLMN$ הוא ריבוע החסום במשולש (ראו ציור). הקטע AD הוא הגובה ליתר שחותך את הצלע KL של הריבוע בנקודה E . נתון: $AD = 11.2$, רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC גדול פי 3.5 מרדיוס המעגל החוסם את המשולש AKL .

(1) חשבו את היחס $\frac{AE}{AD}$.

(2) חשבו את אורך צלע הריבוע.

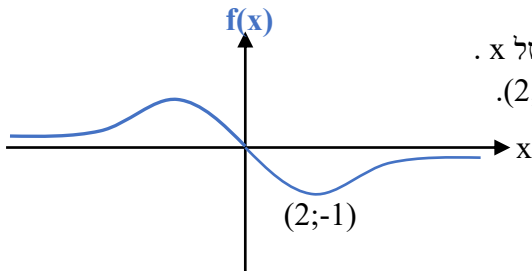
- ב. בכיתת אולפן ללימוד עברית לומדים עולים חדשים מרוסיה, צרפת וארגנטינה. מספר העולים החדשים מצרפת גדול פי 3.75 ממספר העולים מרוסיה. בתקופת החורף, חלו חלק מהלומדים בשפעת ונעדרו מכיתת הלימוד. הסתבר כי חלו $\frac{1}{5}$ מן העולים מצרפת, $\frac{1}{2}$ מן העולים מרוסיה ו- $\frac{1}{3}$ מן העולים מארגנטינה.

- נסמן ב- p את ההסתברות לבחור באקראי תלמיד בכיתת האולפן שעלה מרוסיה.
 (1) בטאו באמצעות p את ההסתברות לבחור באקראי שם של אחד מלומדי הכיתה שחלה בשפעת.
 (2) ביום מסוים נכנס מנהל האולפן לכיתה ופנה באקראי לאחד העולים שנכחו בכיתה. ההסתברות שהוא פנה לעולה חדש מארגנטינה היא 0.5. מצאו את הערך של p .

- ג. (1) הוכיחו בעזרת אינדוקציה מתמטית, או בכל דרך אחרת, כי עבור כל n טבעי מתקיים:

$$\frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{2}{(n+1)(n+3)} = \frac{5}{6} - \frac{2n+5}{(n+2)(n+3)}$$

(2) חשבו את הסכום: $\frac{1}{12} + \frac{2}{35} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{60}$



- ד. בשרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל ערך של x . הפונקציה $f(x)$ אי-זוגית, יש לה נקודת מינימום יחידה בנקודה $(2; -1)$. הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה לגרף הפונקציה. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = \sqrt{|f(x)|}$.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 (3) הישר $x = a$, $a < 0$, חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. קבעו איזו מן הטענות הבאות נכונה ונמקו:
 I. $f(a) > g(a)$ II. $f(a) < g(a)$ III. $f(a) \leq g(a)$ IV. $f(a) \geq g(a)$

2. א. נתונה סדרה הנדסית עולה a_1, a_2, a_3, \dots בעלת $2n$ איברים. האיברים האמצעיים של הסדרה

הם $\frac{1}{4}$ ו-1. סכום שני האיברים הראשונים של הסדרה הוא $\frac{5}{1024}$. חשבו את סכום הסדרה.

ב. בין כל שני איברים עוקבים של הסדרה a_1, a_2, a_3, \dots מכניסים איבר נוסף, כך שנוצרת סדרה הנדסית חדשה b_1, b_2, b_3, \dots שאינה עולה ואינה יורדת.

חשבו את סכום הסדרה b_1, b_2, b_3, \dots .

ג. מאברי הסדרה b_1, b_2, b_3, \dots יוצרים סדרה נוספת c_1, c_2, c_3, \dots כך שמתקיים:

$$c_1 = b_1 + b_1, \quad c_2 = b_2 + b_3, \quad c_3 = b_3 + b_4 \dots$$

הראו שהסדרה c_1, c_2, c_3, \dots היא סדרה הנדסית וחשבו את סכומה.

ד. בונים סדרה נוספת k_1, k_2, k_3, \dots המקיימת $k_n = \frac{c_n}{a_n}$.

1) הראו שהסדרה k_1, k_2, k_3, \dots היא סדרה הנדסית מתכנסת.

2) חשבו את סכום הסדרה האינסופית k_1, k_2, k_3, \dots .

3. עשרה בוגרים של בית-ספר תיכון כלשהו הגישו מועמדות ללימודי רפואה באחת האוניברסיטאות.

נסמן ב- p את ההסתברות שמועמד ללימודי רפואה באותה אוניברסיטה שנבחר באקראי, יתקבל.

א. בטאו באמצעות p את ההסתברות שלפחות אחד מעשרת תלמידי התיכון שהגישו מועמדות יתקבל ללימודי רפואה, אך לא כולם יתקבלו.

ב. בטאו באמצעות p ו- k את היחס בין ההסתברות שבדיוק k מעשרת המועמדים יתקבלו לבין ההסתברות שבדיוק $k+1$ מהם יתקבלו ($0 \leq k < 9$).

ג. נתון: ההסתברות שבדיוק 6 מהם יתקבלו ללימודים גדולה פי 7 מן הסתברות שבדיוק 7 מהם יתקבלו. מצאו את p .

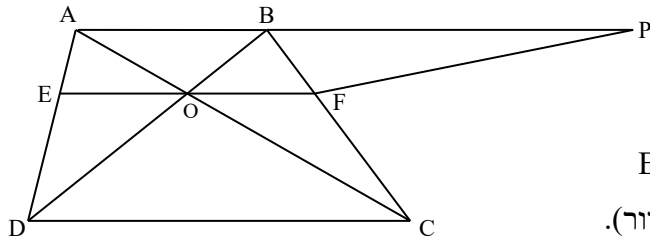
ד. מה ההסתברות שלפחות אחד מעשרת מבוגרי בית-הספר יתקבל ללימודי רפואה אך לא כולם?

ה. מצאו את ההסתברות שרחל ומשה, שני בוגרים של אותו בית-ספר שהגישו מועמדות ללימודי רפואה באותה אוניברסיטה, יתקבלו, ואילו שאר הבוגרים שהגישו את מועמדותם לא יתקבלו.

ו. ידוע כי רחל ומשה התקבלו ללימודי רפואה באותה אוניברסיטה.

מה ההסתברות שאף אחד משאר הבוגרים שהגישו מועמדות לא התקבל?

פרק שני- גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).

נתון: $DC = 2AB$. אלכסוני הטרפז

נחתכים בנקודה O. הנקודות E ו-F נמצאות

על השוקיים AD ו-BC בהתאמה, כך שהקטע EF

עובר דרך הנקודה O ומקביל לבסיסי הטרפז (ראה ציור).

הנקודה P נמצאת על המשך הבסיס AB כך שמתקיים: $\frac{PB}{AB} = \frac{7}{3}$.

א. (1) חשבו את היחס $\frac{OF}{DC}$.

(2) האם המשולשים AEO ו-BFO הם שווים-שטח? נמקו.

(3) פי כמה גדול שטח המשולש ABO משטח המשולש AEO? נמקו.

ב. הוכיחו כי שטח הטרפז APFO שווה לשטח המשולש ODC.

5. AB ו-CD הם שני קטרים במעגל O. רדיוס המעגל הוא R.

נקודה על הקשת \widehat{DB} (ראה ציור).

נתון: $\angle AOC = 120^\circ$, $\angle KAB = \alpha$, $\angle DCK = \beta$.

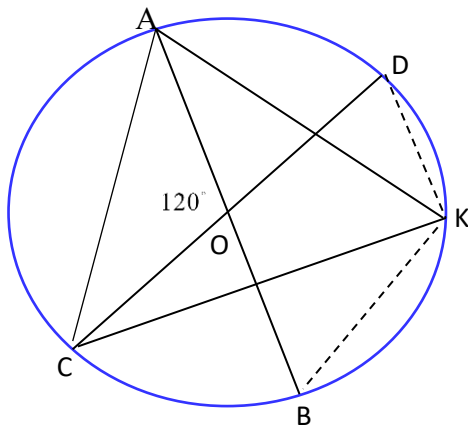
א. הראו כי $\alpha + \beta = 60^\circ$.

ב. (1) האם $\frac{DK}{KB} = \frac{\beta}{\alpha}$? נמקו.

(2) האם $\frac{DK}{KB} = \frac{\beta}{\alpha}$? נמקו.

ג. (1) נתון: $\frac{DK}{KB} = 0.7368$. מצאו את α ואת β .

(2) שטח המשולש ADK הוא 34.619. מצאו את R.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{\frac{4x^2 - 16x + 20}{x^2 - 9}}$

א. הראו כי תחום ההגדרה של הפונקציה הוא: $x > 3$ או $x < -3$.

ב. מצאו אסימפטוטות מקבילות לצירים לגרף הפונקציה.

ג. בצויר שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 5.3$.

1. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

2. מצאו נקודות חיתוך של הפונקציה עם הצירים, אם יש כאלה.

3. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = [f(x)]^2$.

1. הביעו את $g'(x)$ באמצעות $f'(x)$ ו- $f(x)$.

2. מצאו את תחומי העלייה, תחומי הירידה ואת נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

3. מצאו אסימפטוטות לגרף הפונקציה המקבילות לצירים.

ד. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x) = g(x) - k$. גרף הפונקציה $h(x)$ משיק לציר ה- x .

1. מצאו את k .

2. מצאו את האסימפטוטות לגרף הפונקציה $h(x)$ המאונכות לצירים.

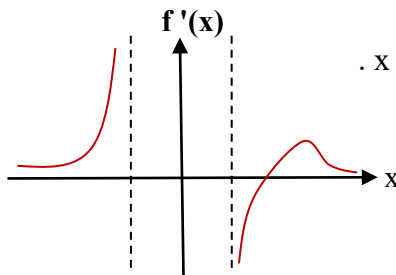
3. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

ה. הפונקציה $j(x)$ מקיימת $j(x) = \frac{1}{h(x)}$.

1. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $j(x)$.

2. מצאו את משוואות האסימפטוטות לגרף הפונקציה $j(x)$ המאונכות לצירים.

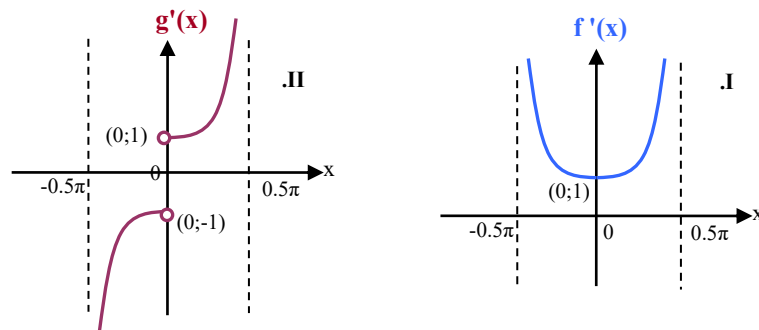
3. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $j(x)$.



$$7. \text{ נתונות הפונקציות } f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} \text{ ו- } g(x) = \sqrt{\frac{\sin^2 x}{\cos x}} \text{ בתחום } -\pi < x < \pi.$$

א. מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ב. הגרפים I ו-II מתארים את הנגזרות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$:



1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נמקו.

2) מצאו את תחומי הקעירות כלפי מעלה ואת תחומי הקעירות כלפי מטה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נמקו.

3) האם הישר $y = 0.8x + \pi$ יכול להיות משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום בו היא מוגדרת? נמקו. ג. שרטטו סקיצות של הגרפים של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $h(x) = f'(x) - 1$, הישר $x = \frac{\pi}{3}$ והישר $x = -\frac{\pi}{3}$.

ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $k(x) = \frac{1}{g'(x)}$ בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{k}{x}$, k פרמטר חיובי. A היא נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע

הראשון. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A . המשיק חותך את

ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה C . הנקודה O היא ראשית הצירים.

סמנו ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A .

א. 1) הביעו באמצעות t את שטח המשולש OBC .

2) האם קיימת נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$ עבורה שטח המשולש OBC הוא מקסימלי?

נמקו קביעתכם.

ב. נתון: האורך המינימלי של הקטע BC הוא 4. מצאו את k .

בהצלחה!

תשובות

$$1. \text{ א. } \left(1, \frac{2}{7}\right) \quad \text{ב. } \left(1, \frac{1-p}{3}\right) \quad \text{ג. } p = 0.1 \quad \text{ד. } \frac{91}{330}$$

1. ד. כל ערך של x (2;1) מקסימום, (0;0) מינימום, (2;1) מקסימום (3 טענה III).

$$2. \text{ א. } 341.333 \quad \text{ב. } 170.667 \quad \text{ג. } 85.333 \quad \text{ד. } -\frac{2}{3}$$

$$3. \text{ א. } 1 - [(1-p)^{10} + p^{10}] \quad \text{ב. } \frac{(k+1)(1-p)}{p(10-k)} \quad \text{ג. } P = 0.2 \quad \text{ד. } 0.8926$$

ה. 0.0067 ו. 0.1678

$$4. \text{ א. } \left(1, \frac{OF}{DC} = \frac{1}{3}\right) \quad \text{ב. } 2 \quad \text{ג. } 3 \quad \text{פי } 1.5$$

$$5. \text{ א. } 10 \quad \text{ב. } 1 \quad \text{ג. } 2 \quad \text{ד. } R = 10 \quad \text{ה. } \alpha = 35^\circ, \beta = 25^\circ$$

$$6. \text{ א. } (2, x = 3, x = -3, y = 2)$$

ב. 1 (5.3;1.58) נקודת מינימום (2 אין

ג. 1 (1) $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$ (2 (5.3;2.496) מינימום

תחום העלייה $x > 5.3$, $x < -3$; תחומי הירידה $3 < x < 5.3$

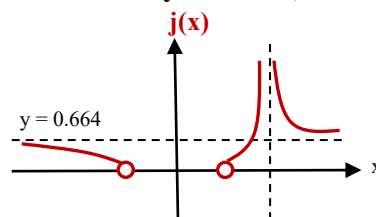
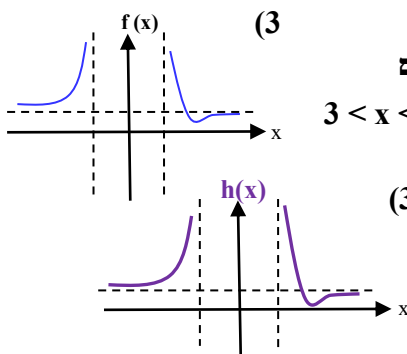
$$(3) \quad y = 4, x = -3, x = 3$$

$$(1) \quad k = 2.496 \quad (2) \quad x = -3, x = 3 \quad (3) \quad y = 1.504$$

$$(1) \quad x < -3, 3 < x < 5.3, x > 5.3$$

$$(2) \quad y = 0.664, x = 5.3$$

(3)



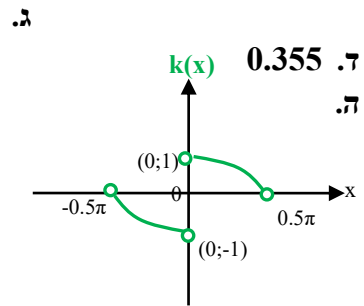
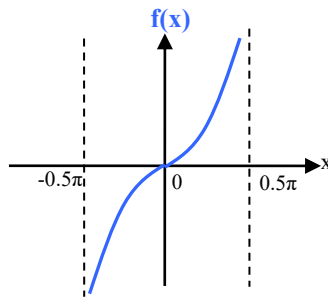
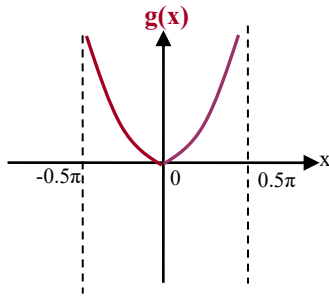
א.מ. ספרי מתמטיקה

7. א. $f(x)$: $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, ב. $g(x)$: $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$, (1) $f(x)$: תחום העלייה : $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$,

תחום הירידה : אף x , $g(x)$: עולה בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ויורדת בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < 0$

(2) $f(x)$: קעורה כלפי מעלה בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$ וקעורה כלפי מטה בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < 0$

(3) $g(x)$: קעורה כלפי מעלה בכל תחום הגדרתה לא



8. א. (1) $2k$ לא (2) $k = 2$ ב. (3)

מבחן מס' 2

פרק ראשון- שאלות קצרות, סדרות והסתברות

1. א. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת וגזירה לכל ערך של x .

בציור שלפניכם מתוארים הגרפים של

הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

(1) התאימו בין הגרפים I, II, ו-III. לבין

הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$. נמקו.(2) נתון: הישר $x = -1$ חותך את גרף III.

בנקודה I, את גרף I. בנקודה

B(-1;90) ואת גרף II. בנקודה C(-1;125).

מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה I. בנקודה B

ואת משוואת המשיק לגרף הפונקציה II. בנקודה C.

(3) הנקודה $P(\frac{1}{3}; -32\frac{1}{3})$ היא נקודת המינימום של גרף III.

האם קיים משיק לגרף הפונקציה I. ששיפועו 40 - ? נמקו.

ב. שני מעגלים שמרכזיהם בנקודות O ו- M

משיקים זה לזה מבחוץ בנקודה B.

בנקודה B מעבירים משיק המשותף לשני המעגלים.

המשך קטע המרכזים MO חותך את המעגל O

בנקודה A. מנקודה A יוצא קטע החותך

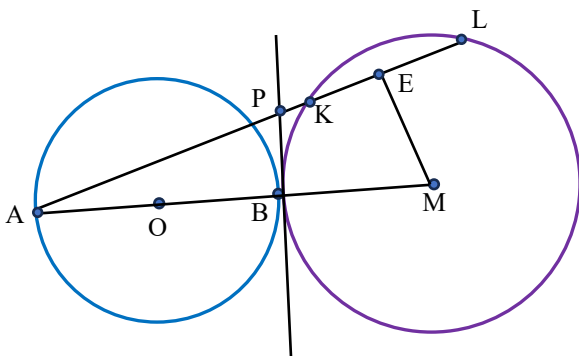
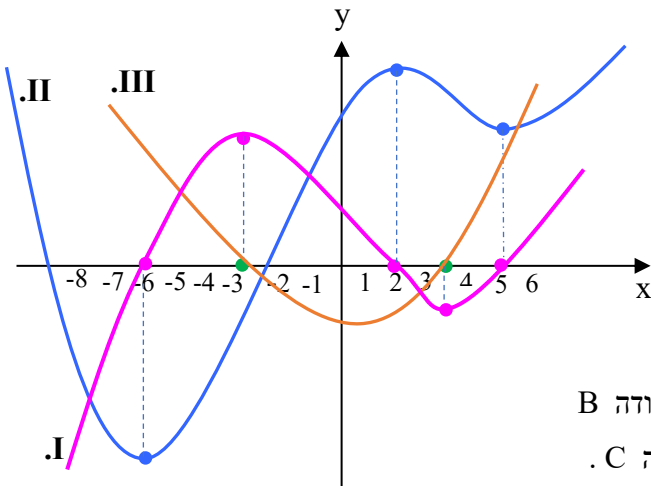
את המשיק המשותף לשני המעגלים בנקודה P

ואת המעגל שמרכזו M בנקודות K ו- L (ראו שרטוט).

הנקודה E היא אמצע המיתר KL.

נתון: רדיוס המעגל O הוא $2a$ ורדיוס המעגל M הוא $3a$, $AP = 28$, $PE = 8$.(1) מצאו את a .

(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש AME לבין שטח המרובע PBME.



א.מ. ספרי מתמטיקה

- ג. כדור של שחקני כדורגל נפל מגובה של 40 מטר למקום נטוש, על רצפת בטון. אחרי הפגיעה ברצפה, הכדור מתרומם לגובה שקטן ב- 20% מן הגובה ממנו נפל, ונופל שוב. בכל פעם הכדור מתרומם לגובה שקטן ב- 20% מן הגובה ממנו נפל לרצפה. תנודות אלה של הכדור נמשכות ללא הגבלת זמן. מהו המרחק הכולל שיעבור הכדור מרגע נפילתו?
- ד. באחד מבתי הספר התיכון הגדולים הוצעו לתלמידים שיעורי העשרה: חוג ללימוד ספרדית וחוג ללימוד נגינה בגיטרה. התברר כי 88% מתלמידי בית הספר נרשמו לפחות לאחד מן החוגים. התברר גם כי $\frac{2}{5}$ מבין אלה שלא נרשמו לחוג ללימוד ספרדית, לא נרשמו ללימוד נגינה בגיטרה. נמצא כי אין תלות בין ההרשמה ללימוד ספרדית לבין ההרשמה ללימוד נגינה בגיטרה.
- (1) מצאו את אחוז תלמידי בית הספר שנרשמו לחוג ללימוד ספרדית.
 - (2) מצאו את אחוז תלמידי בית הספר שנרשמו לחוג ללימוד נגינה בגיטרה.
 - (3) האם נכונה הטענה שהנטייה של תלמידי בית הספר להירשם ללימוד ספרדית גדולה יותר בקרב אלה שלא נרשמו לחוג ללימוד נגינה בגיטרה מאשר אלה שכן נרשמו? נמקו.

2. סדרה הנדסית a_1, a_2, a_3, \dots מקיימת:

$$B = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_9}, \quad A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9$$

$$\text{א. (1) הוכיחו כי מתקיים: } \frac{A}{B} = a_1 \cdot a_9$$

$$\text{ב. (2) נתון: } \frac{A}{B} = 256 \text{ . חשבו את } a_5 \text{ (מצא את שתי האפשרויות).}$$

$$\text{ג. נתון: } a_1 = -\frac{1}{16}$$

$$\text{(1) הראו שהסדרה } \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots \text{ היא סדרה מתכנסת.}$$

$$\text{(2) נתון: הסדרה } \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \dots \text{ אינה עולה ואינה יורדת.}$$

$$\text{חשבו את סכום הסדרה האינסופית } \frac{4}{a_1} + \frac{4}{a_2} + \frac{4}{a_3} + \dots$$

3. בית ספר תיכון כלשהו מועצת התלמידים מורכבת מתלמידים משכבת י' ותלמידים משכבת י"א. 40% מחברי מועצת התלמידים הם תלמידי שכבת י' והשאר תלמידי שכבת י"א.

סה"כ ישנם n חברים במועצת התלמידים.

5 מבין חברי מועצת התלמידים משכבת י' מתנדבים בקהילה ו-4 מבין חברי מועצת התלמידים משכבת י"א מתנדבים בקהילה.

א. מוציאים בזה אחר זה שני חברי מועצת התלמידים משכבת י"א. ההסתברות ששניהם מתנדבים

$$\text{בקהילה היא } \frac{1}{11} \text{ . מצאו את } n \text{ .}$$

ב. בוחרים באקראי חבר מועצה מאחת השכבות. אחר-כך בוחרים מאותה השכבה חבר נוסף.

חשבו את ההסתברות שהתלמיד השני שנבחר מתנדב בקהילה.

ג. בוחרים באקראי שני חברי מועצת התלמידים שמתנדבים בקהילה.

מה ההסתברות שלפחות אחד מהם הוא תלמיד שכבת י' ?

ד. ביום מסוים ניתנה הרצאה לתלמידי בית הספר המתנדבים בקהילה. כל חברי מועצת התלמידים

שמתנדבים בקהילה השתתפו בהרצאה. במהלך ההרצאה הוצאו, בזה אחר זה שלושה מחברי

מועצת התלמידים. חבר המועצה הראשון שהוצא היה תלמיד שכבת י"א.

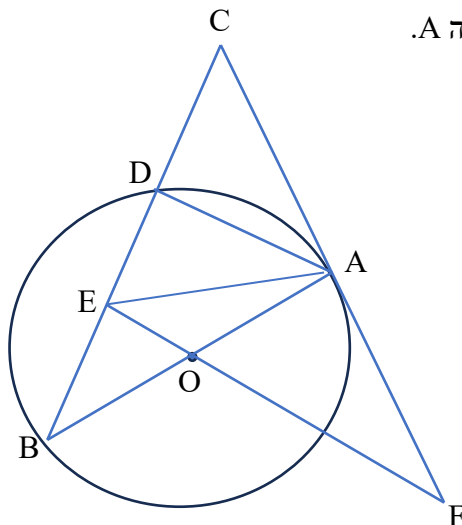
מה ההסתברות שלאחר הוצאת החבר השלישי מספר חברי מועצת התלמידים משכבת י' שנתרו

בהרצאה היה גדול פי 2 ממספר חברי מועצת התלמידים משכבת י"א ?

ה. בוחרים באקראי, עם החזרה, 5 שמות של חברי מועצת התלמידים. מה ההסתברות שלפחות

שניים מהם מתנדבים בקהילה ושני הנבחרים הראשונים אינם מתנדבים בקהילה ?

פרק שני- גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. AB קוטר במעגל שמרכזו O . הקטע CF משיק למעגל בנקודה A .

הקטע BC חותך את המעגל בנקודה D והמשך הקטע FO

חותך את המיתר BD בנקודה E .

נתון: $BE = ED = DC = a$.

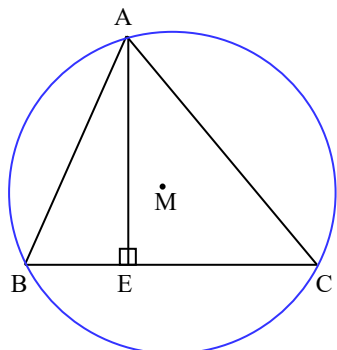
א. הביעו באמצעות a את אורך הקטע AE .

ב. הביעו באמצעות a את אורך הקטע EF .

ג. הראו שהמרובע $AOEC$ בר חסימה והביעו

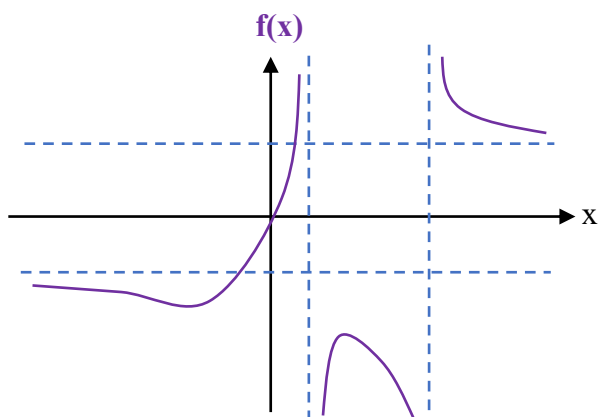
באמצעות a את אורך רדיוס המעגל החוסם

את המרובע $AOEC$.



5. הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC .
 AE גובה לצלע BC (ראה ציור). נתון: $BC = 16$,
 $BE = 6$, שטח המשולש ABC הוא 96 .
 א. חשבו את רדיוס המעגל M .
 ב. חשבו את מרחק הנקודה M מן הצלע BC .
 ג. הנקודה N היא מרכז המעגל החוסם במשולש ABC .
 (1) חשבו את רדיוס המעגל החוסם במשולש ABC .
 (2) חשבו את אורך הקטע MN .

פרק שלישי- חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות



6. בשרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.
 הישרים $x = 1$ ו- $x = 4$ הם אסימפטוטות לגרף
 הפונקציה המאונכות לציר ה- x .
 הישרים $y = 3$ ו- $y = -2$ הם אסימפטוטות
 לגרף הפונקציה המאונכות לציר ה- y .
 גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.
 הנקודה $(-2; -3)$ היא נקודת המינימום של הפונקציה
 והנקודה $(2; -5)$ היא נקודת המקסימום של הפונקציה.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = \frac{1}{|f(x) + 3|}$.

היעזרו בנתונים ובשרטוט וענו על הסעיפים הבאים:

- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצאו אסימפטוטות לגרף הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים.
- (3) מצאו נקודות אי-רציפות של הפונקציה $g(x)$, אם יש כאלה.
- (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
- (5) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

$$7. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \frac{\sqrt{2}}{\cos x} \text{ בתחום } 0 \leq x \leq \pi.$$

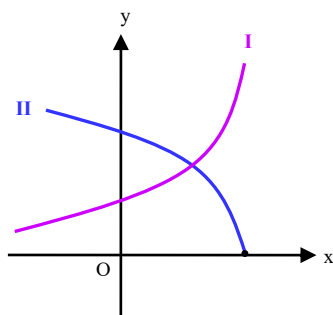
- א. (1) מצאו את האסימפטוטות לגרף הפונקציה המאונכות לצירים.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגה.
 (5) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$ב. \text{ הפונקציה } g(x) \text{ מקיימת: } g(x) = \left| \frac{f(x)}{4} \right|.$$

- (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 (2) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h(x) = \sqrt{\frac{1}{f(x)}}$.
 (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.
 (2) מצאו אסימפטוטות לגרף הפונקציה $h(x)$ המאונכות לצירים ואת נקודות אי-הרציפות (אם יש כאלה).

- (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבעו את סוגה.
 (5) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
 (6) קבעו איזו מן הטענות הבאות נכונה ונמקו קביעתכם:

$$I. \int_{0.6}^{1.2} h(x) dx > \int_{0.6}^{1.2} \frac{1}{f(x)} dx \quad II. \int_{0.6}^{1.2} h(x) dx < \int_{0.6}^{1.2} \frac{1}{f(x)} dx$$



8. בצירוף שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = \sqrt{a-x} \text{ ו- } g(x) = \frac{1}{\sqrt{a-x}} \text{ (a פרמטר חיובי).}$$

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון. מנקודה A מורידים אנך לציר ה- x . האנך חותך את הציר בנקודה B. בטאו בעזרת a את שיעורי הנקודה A עבורה שטח המשולש ABO ראשית הצירים) מקסימלי.

- ב. בטאו בעזרת a את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הפונקציה $g(x)$.
 ג. נתון: הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בנקודה A שמצאתם בסעיף א'. מצאו את a .

בהצלחה!

תשובות

1. א. 1. גרף I. מתאים להיות הגרף של $f'(x)$, גרף II. של $f(x)$, גרף III. של $f''(x)$
2. המשיק בנקודה B : $y = -27x + 63$, המשיק בנקודה C : $y = 90x + 215$ לא

ב. 1) $a = 6$ 2) $\frac{9}{5}$

ג. 360 מטר

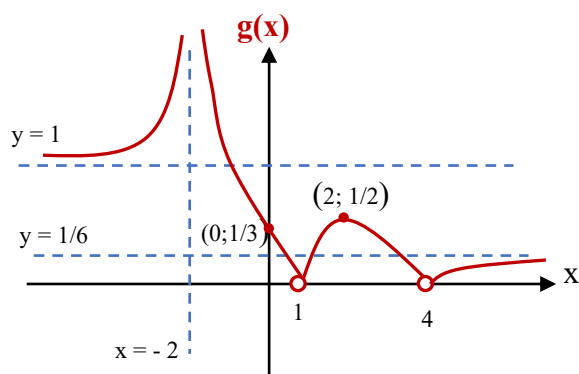
ד. 1. 70% 2. 60% 3. הטענה איננה נכונה

2. א. 2) $a_5 = \pm 16$ ב. 2) -51.2

3. א. $n = 20$ ב. 0.45 ג. $\frac{5}{6}$ ד. $\frac{15}{28}$ ה. 0.1286

4. א. $AE = \sqrt{3}a$ ב. $2\sqrt{2}a$ ג. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a$

5. א. 8.73 ב. 3.49 ג. 4.26 2) 1.35

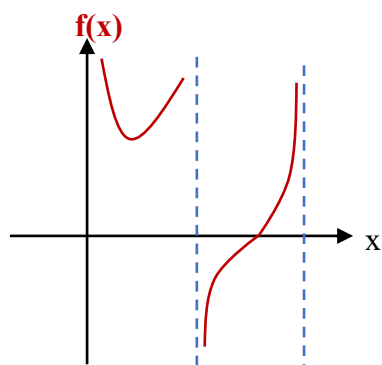


6. 1) תחום ההגדרה:

$x < -2, -2 < x < 1, 1 < x < 4, x > 4$

2) $x = -2, y = 1, y = \frac{1}{6}$

3) (1;0) ו- (4;0) 4) $(2; \frac{1}{2})$ 5) מקסימום

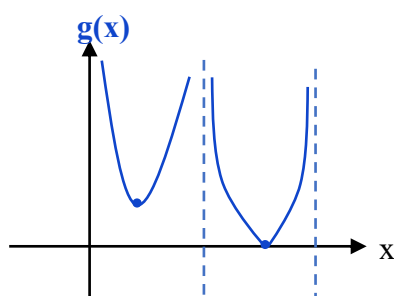


7. א. 1) $x=0, x=\frac{\pi}{2}, x=\pi$ (2) $\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right)$

3) תחום העלייה: $\frac{\pi}{2} < x < \pi, \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$

תחום הירידה: $0 < x < \frac{\pi}{4}$

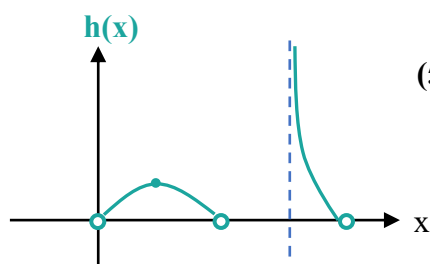
4) $\left(\frac{\pi}{4}; 4\right)$ מינימום (5)



1) ב. 1) $\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$ מינימום, $\left(\frac{3\pi}{4}; 0\right)$ מינימום (2)

1) ג. 1) $0 < x < \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} < x < \pi$ (2) $x = \frac{3\pi}{4}$, $(0; 0), (\pi; 0), \left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$

3) תחום עלייה: $0 < x < \frac{\pi}{4}$



1) טענה I. (6) תחומי ירידה: $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4} < x < \pi$ (4) $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{1}{2}\right)$ מקסימום (5)

8. א. $A\left(\frac{2a}{3}; \sqrt{\frac{a}{3}}\right)$ ב. $(a-1; 1)$ ג. $a=3$