

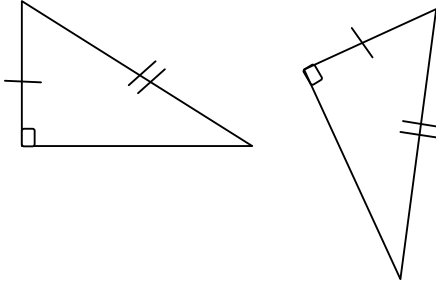
## חומרי השלמה בגיאומטריה

### וטכניקה אלגברית

#### חפיפה

##### משפט החפיפה הרביעי

צ.ז.י. - אם בשני משולשים שוות בהתאמה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מביניהן, אז



המשולשים חופפים.

מסקנה: שני משולשים ישרי זווית בהם שווים בהתאמה

היתר ואחד הניצבים הינם משולשים חופפים.

#### קטע אמצעים בטרפז

הגדרה: קטע המחבר את אמצעי שתי השוקיים בטרפז נקרא

קטע אמצעים בטרפז (  $BN = NC$  ,  $AM = MD$  ).

תכונות:

(1) קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסי

הטרפז (  $MN \parallel AB \parallel CD$  ).

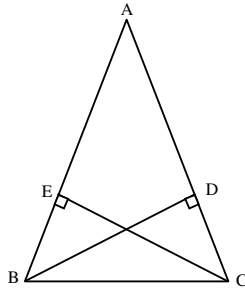
(2) אורך קטע האמצעים שווה למחצית סכום בסיסי הטרפז (  $MN = \frac{AB + CD}{2}$  ).

דרכי זיהוי:

(1) קטע היוצא מאמצע שוק אחת בטרפז ומקביל לבסיסים, הנו קטע אמצעים בטרפז.

(2) קטע המחבר שתי נקודות הנמצאות על שוקי הטרפז, מקביל לבסיסים ושווה למחצית

סכומם, הנו קטע אמצעים בטרפז.

שאלות חזרהמשפט חפיפה הרביעי

1. במשולש ABC נתון:  $BD \perp AC$ ,  $CE \perp AB$ ,  $BD = CE$ .

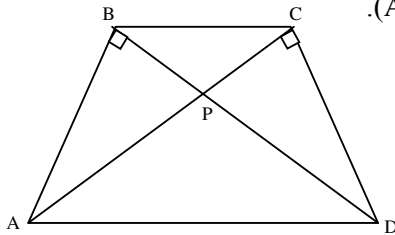
א. הוכח: (1)  $\angle ABC = \angle ACB$ .

(2)  $AB = AC$ .

ב. נסח מסקנה הנובעת מן ההוכחה:

משולש שבו \_\_\_\_\_

הנו משולש \_\_\_\_\_



2. נתון מרובע ABCD שאלכסוניו שווים זה לזה ( $AC = BD$ ).

נתון גם:  $BD \perp AB$ ,  $AC \perp CD$ .

א. הוכח:  $AB = CD$ .

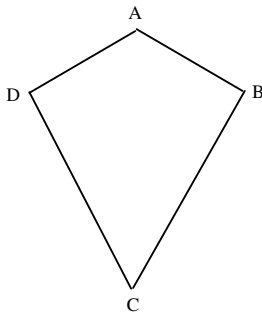
ב. הוכח:  $AP = DP$ .

ג. הוכח: המרובע ABCD הנו טרפז שווה-שוקיים.

ד. (1) הוכח:  $\triangle BCP \sim \triangle DAP$ .

(2) נתון:  $\frac{BP}{PD} = \frac{3}{5}$ ,  $BC = 6$  ס"מ. חשב את אורך צלע AB.

תשובה: ד. (2) 10 ס"מ



3. נתון מרובע ABCD המקיים:

$\angle A + \angle C = 180^\circ$ ,  $\angle B = \angle D$ ,  $AB = AD$ .

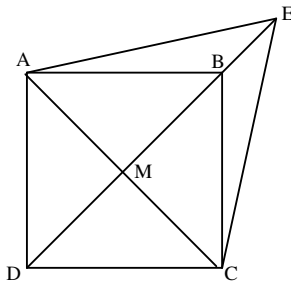
א. הוכח:  $AD \perp DC$ ,  $AB \perp BC$ .

ב. הוכח: המרובע ABCD הוא דלתון.

ג. נתון:  $AB = 10$  ס"מ, היקף הדלתון ABCD הוא 68 ס"מ.

(1) חשב את שטח הדלתון. (2) חשב את אורך האלכסון AC.

תשובה: ג. (1) 240 סמ"ר (2) 26 ס"מ



4. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בנקודה M.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD (ראה ציור).

נתון:  $AD = DC$ ,  $\angle EAD = \angle ECD = 105^\circ$ .

א. הוכח: המרובע AECD הוא דלתון.

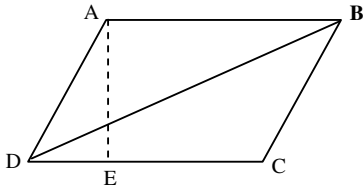
ב. נתון גם:  $AM = MC = DM = MB$ .

הוכח: המרובע ABCD הוא ריבוע.

ג. נתון: צלע הריבוע  $2\sqrt{2}$  ס"מ. חשב את היקף הדלתון.

תשובה: ג.  $8 + 4\sqrt{2}$  ס"מ

5. במרובע ABCD נתון:  $AB = DC = 9$  ס"מ,  $\angle A = \angle C = 120^\circ$ .



א. הוכח:  $\triangle ADB \cong \triangle CBD$ .

ב. הוכח: המרובע ABCD הנו מקבילית.

ג. נתון:  $AE \perp DC$ ,  $AE = 3\sqrt{3}$  ס"מ. חשב את היקף המקבילית.

תשובה: ג. 30 ס"מ

6. משולש ABC משולש שווה-צלעות. מאריכים את

הצלע AB מעבר לנקודה B עד לנקודה E

ואת הצלע BC מאריכים מעבר לנקודה C

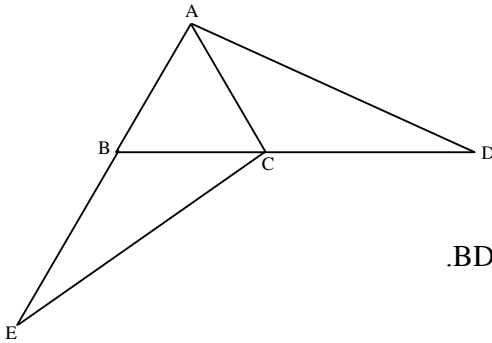
עד לנקודה D, כך שמתקיים:  $AD = CE$ .

א. הוכח:  $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ .

ב. הוכח:  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ .

ג. נתון: היקף המשולש ABC הוא 12 ס"מ,  $BD = 11$  ס"מ. חשב את אורך הקטע BE.

תשובה: ג. 7 ס"מ



7. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים:

$AB \parallel DC$ ,  $AD = BC$ . אלכסוני הטרפז מאונכים

זה לזה ( $AC \perp BD$ ),  $\angle DAB = 100^\circ$ .

הנקודות E ו-F נמצאות על המשכי השוקיים

AD ו-BC בהתאמה.

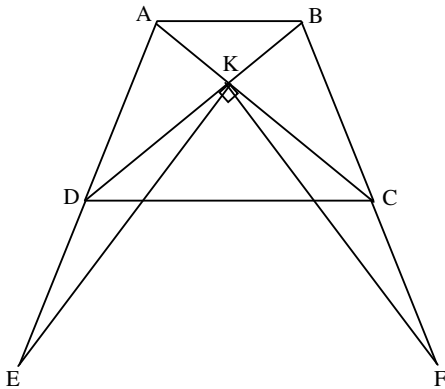
א. חשב את הזוויות  $\angle KDE$  ו- $\angle KCF$ .

נמק כל שלב בחישוב.

ב. נתון:  $KE = KF$ .

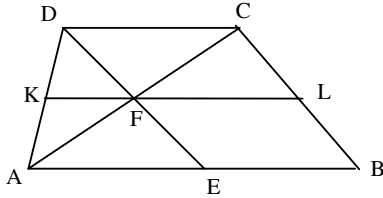
הוכח:  $\triangle KDE \cong \triangle KCF$ .

תשובה: א.  $\angle KDE = \angle KCF = 145^\circ$ .



**קטע אמצעים בטרפז**

1. המרובע ABCD הוא טרפז (AB||CD). KL קטע אמצעים בטרפז.



הנקודה E נמצאת על הבסיס הגדול AB כך שמתקיים:

המרובע EBCD הוא מקבילית,  $KF = 6$  ס"מ.

א. הוכח: הנקודה E היא אמצע הבסיס AB.

ב. חשב את אורכי הבסיסים AB ו-DC.

**תשובה:**  $DC = 12$  ס"מ,  $AB = 24$  ס"מ

2. ABCD הוא טרפז שווה שוקיים שבסיסיו AB ו-CD.

DG הוא גובה בטרפז והקטע EF הוא קטע אמצעים בטרפז.

א. הוכח:  $AE = EG$ .

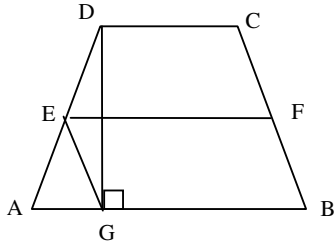
ב. הוכח שהמרובע EFBG הוא מקבילית.

ג. נתון גם:  $GB = 10$  ס"מ,  $AG = 6$  ס"מ,  $\angle B = 60^\circ$ .

(1) חשב את היקף הטרפז ABCD.

(2) חשב את שטח הטרפז ABCD.

(3) חשב את שטח המקבילית EFBG.



**תשובה:** ג. 1)  $44$  ס"מ, 2)  $103.92$  ס"מ, 3)  $51.96$  ס"מ

3. המרובע ABCD הוא טרפז ישר-זווית

( $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB \parallel CD$ ). הנקודה E נמצאת על השוק BC,

כך שמתקיים:  $DC = CE$ ,  $AB = BE$ . הוא קטע

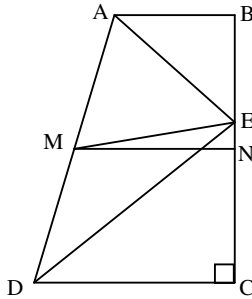
אמצעים בטרפז. נתון:  $MN = 6$  ס"מ,  $ME = 7$  ס"מ.

חשב ונמק כל שלב בחישוב:

א. את סכום אורכי הבסיסים של הטרפז  $AB + DC$ .

ב. את אורך השוק AD.

ג. את היקף הטרפז.



**תשובה:** א.  $12$  ס"מ, ב.  $14$  ס"מ, ג.  $38$  ס"מ

4. המרובע ABCD הנו טרפז שווה שוקיים ( $AB \parallel CD$ ).

הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-BC בהתאמה.

הקטע EF והאלכסון BD נחתכים בנקודה G,

$BH \perp DC$  (ראה ציור).

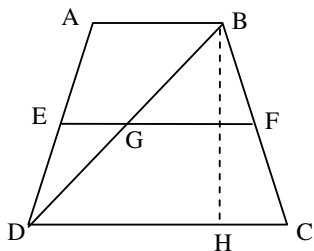
נתון:  $ED = AE = 6.5$  ס"מ,  $EG = 4$  ס"מ,

$BG = GD$ ,  $DC = 18$  ס"מ.

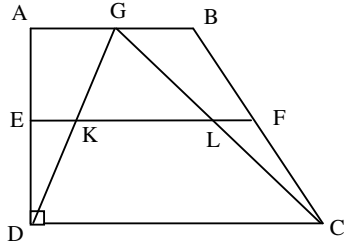
א. הוכח: הקטע EF הוא קטע אמצעים של הטרפז ABCD.

ב. חשב את: (1) היקף הטרפז ABCD. (2) אורך הקטע EF. (3) אורך הקטע HC.

(4) שטח הטרפז ABCD.



תשובה: ב. 1) 52 ס"מ 2) 13 ס"מ 3) 5 ס"מ 4) 156 סמ"ר



5. בטרפז ישר זווית  $ABCD$  ( $\angle D = 90^\circ$ ,  $AB \parallel CD$ ) נתון:

הנקודה  $G$  היא אמצע הצלע  $AB$ , הנקודה  $K$  היא אמצע הקטע  $DG$ , הנקודה  $L$  היא אמצע הקטע  $GC$ . המשכי הקטע  $KL$  חותכים את שוקי הטרפז  $AD$  ו- $BC$  בנקודות  $E$  ו- $F$  בהתאמה (ראה ציור).

א. הוכח: הקטע  $EF$  הנו קטע אמצעים בטרפז  $ABCD$ .

ב. הוכח:  $EK = LF$ .

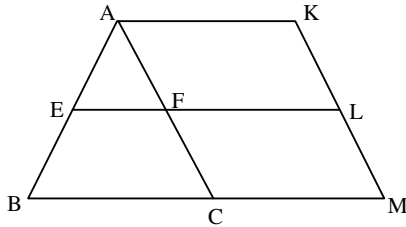
ג. נתון:  $EK = 2.5$  ס"מ,  $KG = 6.5$  ס"מ,  $KL = 7$  ס"מ.

1) חשב את אורך השוק  $AD$ .

2) חשב את אורכי הבסיסים  $AB$  ו- $DC$ .

3) חשב את שטח הטרפז  $ABCD$ .

תשובה: ב. 1) 12 ס"מ 2) 14 ס"מ,  $DC = 10$  ס"מ,  $AB = 14$  סמ"ר 3)



6. הקטע  $EF$  הנו קטע אמצעים במשולש

שווה-צלעות  $ABC$ . הנקודה  $M$  נמצאת על המשך

הצלע  $BC$ , המרובע  $AKMC$  הוא מקבילית.

המשך קטע האמצעים  $EF$  חותך את צלע

המקבילית  $KM$  בנקודה  $L$  (ראה ציור).

א. הוכח: המרובע  $AKMB$  הנו טרפז שווה-שוקיים.

ב. נתון: הנקודה  $C$  היא אמצע הקטע  $BM$ . הוכח:  $EL = 1.5AK$ .

ג. הוכח: שטח הטרפז  $AKMB$  גדול פי 12 משטח המשולש  $AEF$ .

7. המרובע  $ABCD$  הנו טרפז ( $AB \parallel DC$ ). קטע אמצעים

בטרפז. הנקודה  $G$  נמצאת על קטע האמצעים ומתקיים:

$\angle ABC = \angle BGC$ .

א. הוכח:  $BF = GF$ .

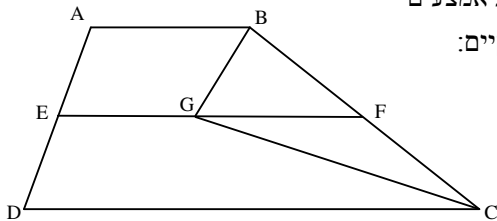
ב. הוכח:  $BG \perp GC$ .

ג. נתון:  $AB = 7$  ס"מ,  $BC = 10$  ס"מ,

הנקודה  $G$  היא אמצע הקטע  $EF$ .

חשב את אורך הבסיס  $DC$ .

תשובה: ג. 13 ס"מ



טכניקה אלגבריתחיבור וחיסור שברים אלגבריים

פשוט את הביטויים הבאים:

$$1 - \frac{1}{x-4} - \frac{6}{(x-4)^2} \quad .1$$

$$\frac{2}{4x-6} + \frac{1}{4x+6} + \frac{12}{4(4x^2-9)} + \frac{1}{4} \quad .2$$

$$\frac{2x^2}{x^2+1} + \frac{24}{1-x^4} \quad .3$$

$$\frac{x}{x+3} + \frac{9}{3-x} + \frac{54}{x^2-9} \quad .4$$

$$\frac{x}{x+9} - \frac{45-7x}{x^2+6x-27} \quad .5$$

$$\frac{m}{m-7} - \frac{2}{m+8} - \frac{15m}{m^2+m-56} \quad .6$$

$$\frac{2}{a^2-4a+4} - 7 - \frac{a}{2-a} \quad .7$$

$$\frac{x-4}{x-7} + \frac{37-7x}{x^2-10x+21} \quad .8$$

$$\frac{5}{2x+1} - \frac{2x-7}{8x^2-2} - \frac{3}{4x-2} \quad .9$$

$$\frac{3}{x^2+3x-10} - \frac{2}{x^2-2x} - \frac{5}{x^2+5x} \quad .10$$

$$\frac{18}{x+3} - \frac{2x+6}{x^2+6x+9} - \frac{4x-60}{x^2-9} \quad .11$$

תשובות:

$$\frac{m-2}{m+8} \quad .6 \quad \frac{x-5}{x-3} \quad .5 \quad \frac{x-9}{x+3} \quad .4 \quad \frac{-2x^4+2x^2+24}{1-x^4} \quad .3 \quad \frac{2x+3}{4(2x-3)} \quad .2 \quad \frac{x^2-9x+14}{(x-4)^2} \quad .1$$

$$\frac{12x+12}{x^2-9} \quad .11 \quad \frac{-4}{x^2+3x-10} \quad .10 \quad \frac{3}{2x+1} \quad .9 \quad \frac{x-7}{x-3} \quad .8 \quad \frac{-6a^2+26a-26}{(a-2)^2} \quad .7$$