מיקוד למיקודית קיץ תשפ"א שאלון 582
10 מבחנים עם פתרון מלא
כולל צמצומי מרץ 2021

מבחן	שאלה	סעיפים שירדו
1	2	ה
	3	**השאלה הוחלפה**
2	2	ג, ה
	3	ג
3	**3**	**השאלה הוחלפה**
4	2	ג-1)
	3	**השאלה הוחלפה**
5	2	ב-1)
6	**5**	**נוסף סעיף**
7	2	ג
	3	א -1) *
8	**3**	**השאלה הוחלפה**
9	2	ג-2)
	3	א * , ב-4)
10	**3**	**השאלה הוחלפה**

*** השתמש בתשובה של הסעיף ופתור את הסעיפים הבאים**

*** השאלות החדשות :**

שאלות להחלפה (מעודכנות על פי מיקוד מרץ 2021)

מבחן מס' 1 שאלה מס' 3

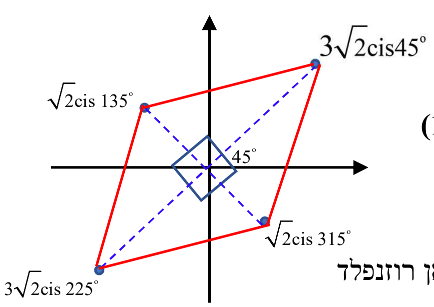
3. א. 1) פתור את המשוואה: $z^4 - 16i \cdot z^2 + 36 = 0$.

2) הראה שמכפלת הפתרונות היא מספר ממשי.

ב. 1) סמן את פתרונות המשוואה בצורה $z = R(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ במישור של גאוס.

2) הראה שהנקודות שסימנת בסעיף הקודם יוצרות מעוין.

3) חשב את שטח המעוין.



<u>תשובות</u> : א. 1) $1-i$, $-1+I$, $3+3i$, $-3-3i$ או

$3\sqrt{2}cis\ 225^\circ$, $3\sqrt{2}cis\ 45^\circ$, $\sqrt{2}cis\ 135^\circ$, $\sqrt{2}cis\ 315^\circ$ ב. 1)

3) 12

שאלות להחלפה מעודכנות על פי מיקוד מרץ 2021

<u>פתרון:</u>

א. 1) נסמן $z^2 = w$ ונקבל $w^2 - 16i \cdot w + 36 = 0 \Leftarrow$

$$w_{1,2} = \frac{16i \pm \sqrt{(-16i)^2 - 4 \cdot 36}}{2} = \frac{16i \pm \sqrt{-400}}{2} = \frac{16i \pm 20i}{2} \Rightarrow w_1 = 18i \ , \ w_2 = -2i$$

מקבלים: $\text{I.} \ z^2 = 18i \Rightarrow z = x + yi \Rightarrow (x + yi)^2 = 18i \Rightarrow x^2 + 2xyi - y^2 = 18i$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = 0 \ , \ 2xy = 18 \Rightarrow y = \frac{9}{x} \Rightarrow x^2 - \left(\frac{9}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^4 = 81 \Rightarrow x = \pm 3$$

עבור $x = 3$ מקבלים $y = 3$, עבור $x = -3$ מקבלים $y = -3$. מתקבלים הפתרונות
$\mathbf{z = 3+3i}$ ו- $\mathbf{z = -3 - 3i}$

נמצא את הפתרונות האחרים בדרך אחרת:

מספר מדומה טהור נמצא על ציר ה- y במישור של גאוס: $i = cis90^\circ , -i = cis270^\circ$

$$\text{II.} \ z^2 = -2i \Rightarrow z^2 = 2cis(270^\circ + 360^\circ k) \Rightarrow z_k = \sqrt{2}cis(135^\circ + 180^\circ k) \Rightarrow$$

$$z_1 = \sqrt{2}cis135^\circ = \mathbf{-1 + i} \ , \ z_2 = \sqrt{2}cis315^\circ = \mathbf{1 - i}$$

ההצגה הטריגונומטרית של ארבעת הפתרונות:

$$3+3i \ \Rightarrow R = 3\sqrt{2} \ , \tan\theta = 1 \ \Rightarrow \theta = 45^\circ + 180^\circ \ , 0^\circ < \theta < 90^\circ \Rightarrow \ \theta = 45^\circ$$

$$z_3 = \mathbf{3\sqrt{2}cis \ 45^o}$$

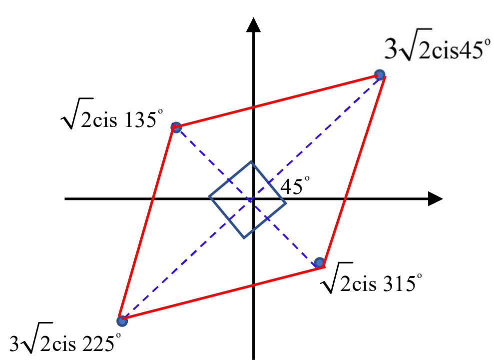
$$-3 - 3i \ \Rightarrow R = 3\sqrt{2} \ , \tan\theta = 1 \ \Rightarrow \theta = 45^\circ + 180^\circ \ , 180^\circ < \theta < 270^\circ \Rightarrow \ \theta = 225^\circ$$

$$z_4 = \mathbf{3\sqrt{2}cis \ 225^o}$$

(2 $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4 = \sqrt{2}cis \ 135^o \cdot \sqrt{2}cis \ 315^o \cdot 3\sqrt{2}cis \ 45^o \cdot 3\sqrt{2}cis \ 225^o =$

מספר ממשי $= 36cis(\ 135^o + \ 315^o + \ 45^o + \ 225^o) = 36cis720^\circ = 36$

ב. (1



2) אלכסוני המרובע שקודקודיו הם פתרונות המשוואה, חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה , לכן , המרובע הוא מעוין.

3) אורך האלכסון הגדול של המעוין הוא $6\sqrt{2}$
ואורך האלכסון הקטן הוא $2\sqrt{2}$

לכן , שטח המעוין הוא $\frac{6\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{2} = \mathbf{12}$

מבחן מס' 3 , שאלה מס' 3

3. א. 1) פתור את המשוואה: $z^4=\dfrac{\left(-1+\sqrt{3}i\right)^5}{\left(\sqrt{3}-i\right)^3}$.

2) הראה שפתרונות המשוואה יוצרים , במישור של גאוס , קודקודים של ריבוע החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים .

ב. z_k הוא אחד הפתרונות של המשוואה , $0\le k\le 3$.

1) הראה כי $\left[(\sqrt{3}+i)\cdot z_k\right]^4$ הוא מספר מדומה טהור.

2) האם iz_k הוא פתרון של המשוואה? נמק.

תשובות:

א. 1) $\mathbf{z_0=\sqrt{2}cis(82.5^{\circ})\,,z_1=\sqrt{2}cis(172.5^{\circ})\,,z_2=\sqrt{2}cis(262.5^{\circ})\,,z_3=\sqrt{2}cis(352.5^{\circ})}$

ב. 2) כן

פתרון:

א. 1) ההצגה הטריגונומטרית של המספר $-1+\sqrt{3}i$:

$$R=\sqrt{1+3}=2\ ,\ \ \tan\theta=-\sqrt{3}\Rightarrow\theta=-60^{\circ}+180^{\circ}k\ .\ 90^{\circ}<\theta<180^{\circ}$$

$$\Rightarrow\theta=120^{\circ}\Rightarrow-1+\sqrt{3}i=2cis120^{\circ}$$

ההצגה הטריגונומטרית של המספר $\sqrt{3}$ - i :

$$R=\sqrt{3+1}=2\ ,\ \ \tan\theta=-\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\theta=-30^{\circ}+180^{\circ}k\ .\ 270^{\circ}<\theta<360^{\circ}$$

$$\Rightarrow\theta=330^{\circ}\Rightarrow\sqrt{3}-i=2cis330^{\circ}$$

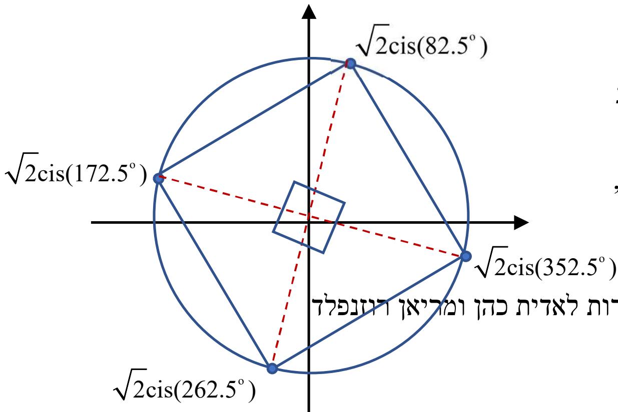
נציב במשוואה ונקבל: $z^4=\dfrac{\left(2cis120^{\circ}\right)^5}{\left(2cis330^{\circ}\right)^3}=\dfrac{2^5cis240^{\circ}}{2^3cis270^{\circ}}=2^2cis(-30^{\circ})=4cis330^{\circ}\Rightarrow$

$$z^4=4cis(330^{\circ}+360^{\circ}k)\Rightarrow z_k=\sqrt{2}cis(82.5^{\circ}+90^{\circ}k)\ ,\ 0\le k\le 3$$

מתקבלים הפתרונות:

$$\mathbf{z_0=\sqrt{2}cis(82.5^{\circ})\,,z_1=\sqrt{2}cis(172.5^{\circ})\,,z_2=\sqrt{2}cis(262.5^{\circ})\,,z_3=\sqrt{2}cis(352.5^{\circ})}$$

2) ארבעת הפתרונות נמצאים על מעגל שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו $\sqrt{2}$. הזווית המרכזית הנשענת על כל אחת מן הקשתות הכלואות בין שתי נקודות עוקבות היא בת 90° , לכן , אלכסוני המרובע שיוצרים ארבעת הפתרונות שווים זה לזה ,



חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה .
על כן , המרובע הוא ריבוע.

ב. 1) $z_k = \sqrt{2}\text{cis}(82.5^\circ + 90^\circ k)$

ההצגה הטריגונומטרית של המספר $\sqrt{3}+i$:

$$R = 2\ ,\ \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ + 180^\circ k$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ \Rightarrow \sqrt{3}+i = 2\text{cis}30^\circ$$

מקבלים: $\left[\left(\sqrt{3}+i\right)\sqrt{2}\text{cis}(82.5^\circ + 90^\circ k)\right]^4 = \left[\left(2\text{cis}30^\circ\right)\cdot\sqrt{2}\text{cis}(82.5^\circ + 90^\circ k)\right]^4 =$

$$= \left[2\sqrt{2}\text{cis}(112.5^\circ + 90^\circ k)\right]^4 = \left(2\sqrt{2}\right)^4 \text{cis}(90^\circ + 360^\circ k) = 64\text{cis}(90^\circ) = 64i$$

התקבל מספר מדומה טהור.

2) $iz_k = i\cdot\sqrt{2}\text{cis}(82.5^\circ + 90^\circ k) = \text{cis}(90^\circ)\cdot\sqrt{2}\text{cis}(82.5^\circ + 90^\circ k) =$

$\sqrt{2}\text{cis}(172.5^\circ + 90^\circ k)$. המספרים המתקבלים עבור כל k שלם $0 \le k \le 3$
הנם פתרונות של המשוואה.

מבחן מס' 4 שאלה מס' 3

3. נתונה המשוואה: $(z+a)^4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (a פרמטר מרוכב)

סכום כל פתרונות המשוואה הוא $-10 - 2\sqrt{3}i$.

א. חשב את a.

ב. אחד הפתרונות של המשוואה הוא מספר ממשי. פתרון זה הוא קודקוד הזווית הישרה של משולש ישר זווית החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור של גאוס.
אחת מהזוויות של המשולש היא בת 30°.
מצא את שני הקודקודים האחרים של המשולש (מצא את שני המקרים).

שאלות להחלפה מעודכנות על פי מיקוד מרץ 2021

<u>תשובות:</u> **א.** $\mathbf{a=\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}$ **ב.** $\mathbf{1-\sqrt{3}\,i\,,-1+\sqrt{3}\,i}$ **או** $\mathbf{-1-\sqrt{3}\,i\,,1+\sqrt{3}\,i}$

<u>פתרון:</u>

א. נסמן: $z+a=w$ ונקבל: $w^4=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$. ההצגה הטריגונומטרית של המספר $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$:

$$R=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1\ ,\ \ \tan\theta=\sqrt{3}\Rightarrow\theta=60^\circ+180^\circ k\ .\ 180^\circ<\theta<270^\circ$$

$$\Rightarrow\theta=240^\circ\Rightarrow-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=cis240^\circ$$

מתקבלת המשוואה: $w^4=cis(240^\circ+360^\circ k)$. הפתרונות: $w_k=cis(60^\circ+90^\circ k)$

מקבלים: $w_0=cis(60^\circ)\ ,\ w_1=cis(150^\circ)\ ,\ w_2=cis(240^\circ)\ ,\ w_3=cis(330^\circ)$

פתרונות המשוואה $(z+a)^4=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$:

$$z_1=cis(60^\circ)-a\ ,\ z_2=cis(150^\circ)-a\ ,\ z_3=cis(240^\circ)-a\ ,\ z_4=cis(330^\circ)-a$$

סכום הפתרונות: נרשום את הפתרונות בהצגה אלגברית :

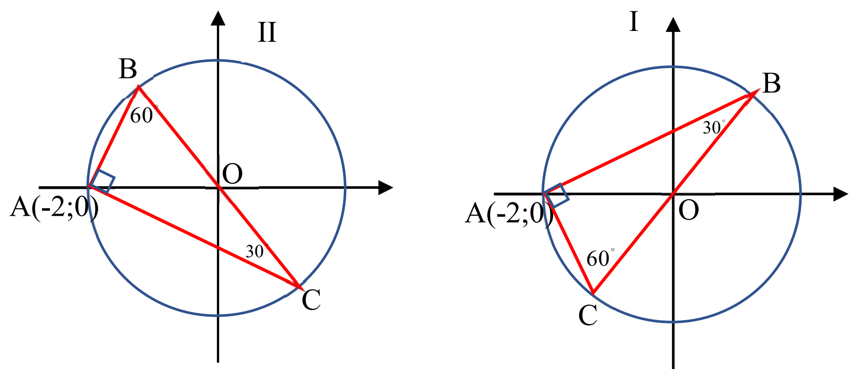
$$z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i-a\ ,\ z_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i-a\ ,$$

$$z_3=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i-a\ ,\ z_4=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i-a$$

סכום הפתרונות: $z_1+z_2+z_3+z_4=-4a=-10-2\sqrt{3}i\Rightarrow\mathbf{a=\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}$

ב. הפתרון הממשי הוא רק z_1 בו המקדם המרוכב הוא $\frac{\sqrt{3}}{2}$:

$$z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=-2\ .$$



שאלות להחלפה מעודכנות על פי מיקוד מרץ 2021

מתקבלים שני מקרים:

מקרה I : $\measuredangle AOC = 60^\circ, \measuredangle COB = 180^\circ$. מתקבלים המספרים :

$$z_A = 2cis(180^\circ) \Rightarrow z_C = 2cis(180^\circ + 60^\circ) \Rightarrow \mathbf{z_C = 2cis(240^o) = -1 - \sqrt{3}i}$$

$$z_C = 2cis(240^\circ) \Rightarrow z_B = 2cis(240^o + 180^o) = 2cis(420^o) \Rightarrow \mathbf{z_B = 2cis(60^o) = 1 + \sqrt{3}i}$$

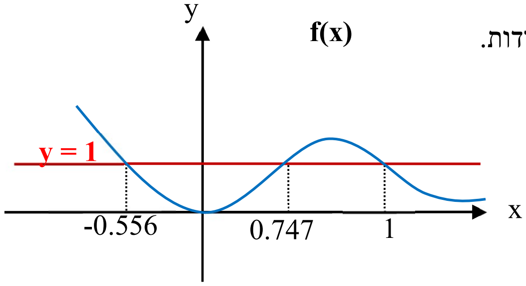
מקרה II : $\measuredangle AOC = 120^\circ, \measuredangle COB = 180^\circ$. מתקבלים המספרים :

$$z_C = 2cis(180^\circ + 120^\circ) \Rightarrow \mathbf{z_C = 2cis(300^o) = 1 - \sqrt{3}i}$$

$$z_C = 2cis(300^\circ) \Rightarrow z_B = 2cis(300^o + 180^o) = 2cis(480^o) \Rightarrow \mathbf{z_B = 2cis(120^o) = -1 + \sqrt{3}i}$$

תוספת במבחן מס' 6 , שאלה מס' 5 , סעיף א* בין הסעיפים א' ו- ב' (צבירת שטח)

5. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.
הישר $y = 1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.
שיעורי ה- x של הנקודות מסומנות בציור.
לפונקציה יש נקודות מינימום בראשית הצירים
ונקודת מקסימום בנקודה $(0.874;1.065)$.
א. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln(f(x))$.



שאלות להחלפה מעודכנות על פי מיקוד מרץ 2021

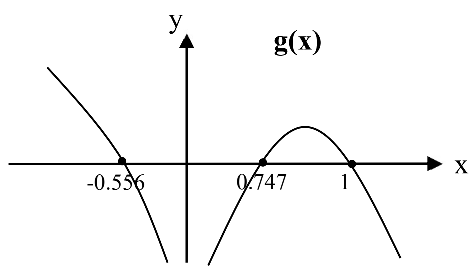
1) מצא את תחום ההגדרה של $g(x)$.
2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של $g(x)$ וקבע את סוגה.
3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .
4) מצא אסימפטוטות לגרף הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
5) סרטט את גרף של הפונקציה $g(x)$.

א* הפונקציה $h(x)$ מוגדרת באופן הבא: $h(x) = \int_{0.747}^{x} \left(g(t)\right)dt$ בתחום $0.747 \le x \le 1$.

1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$ (אם יש כאלה) בתחום הנתון.
2) נתון: $h(1) = 0.01$. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ בתחום הנתון.
3) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה $h(x)$ בתחום הנתון.
4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$ בתחום $0.747 \le x \le 1$.

ב. נתון כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת : $f(x) = x^2e^{-x^3+1}$.

1) הראה שהשטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$ והישר $y = 1$ בתחום $x > 0$ הוא בערך 0.0109 .
2) נסמן ב- S את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ וציר ה- x .
קבע איזו מבין הטענות הבאות נכונה ונמק את קביעתך (היעזר בנתונים ובתוצאות של הסעיפים הקודמים):
I. $S > 0.0109$ II. $S < 0.0109$ III. $S = 0.0109$
3) הראה שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות פיתול ששיעורי ה- x שלהן הן $x = 0.491$ ו- $x = 1.235$ (בקירוב) .
4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f'(x)$.
5) קבע את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g'(x)$.



בהצלחה!

פתרון סעיף א* :

ב. הפונקציה $h(x)$ מייצגת את השטח המצטבר בין גרף הפונקציה $g(x)$ וציר ה- x בתחום $0.747 \le x \le 1$.

1) גרף הפונקציה $g(x)$ נמצא מעל ציר ה- x בתחום זה, לכן השטח המצטבר הולך וגדל . הפונקציה $h(x)$

עולה בכל התחום $0.747 \le x \le 1$.

2) המינימום המוחלט של הפונקציה מתקבל עבור $x = 0.747$:

$h(0.747) = \int_{0.747}^{0.747} (g(t))dt = 0$. מקבלים: **$(0.747;0)$ נקודת מינימום**

הערך המקסימלי מתקבל עבור $x = 1$:

$h(1) = \int_{0.747}^{1} (g(t))dt = 0.01$. מקבלים : **$(1;0.01)$ נקודת מקסימום**.

3) $h'(x) = g(x)$, לכן $h''(x) = g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = 0 \Rightarrow f'(x) = 0$.

בתחום $0.747 \le x \le 1$ יש לפונקציה $f(x)$ נקודת מקסימום בנקודה $x = 0.874$.

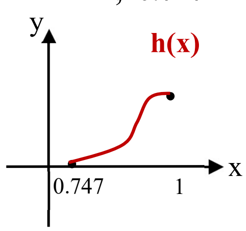
בתחום $0.747 < x < 0.874$ הפונקציה $f(x)$ חיובית ועולה , לכן $h''(x) > 0$.

בתחום $0.874 < x < 1$ הפונקציה $f(x)$ חיובית ויורדת

לכן $h''(x) < 0$. מקבלים : **תחום הקעירות כלפי מעלה: $0.747 < x < 0.874$** ,

תחום הקעירות כלפי מטה: $0.874 < x < 1$

4)



מבחן מס' 8 , שאלה מס' 3

3. נתון: $z_1 = 2 + 2\sqrt{3}i$. המספרים z_1 , z_2 , $\overline{z}_2$ ו- $\overline{z}_1$ מהווים, בסדר זה, קודקודים של טרפז ABCD חסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים . הנקודה A מתאימה ל- z_1 במישור של גאוס ול- z_2 מתאימה הנקודה B הנמצאת ברביע השני.

נתון: $\sphericalangle AOB = 90^\circ$ (O ראשית הצירים).

א. 1) מצא את קודקודי הטרפז.

2) חשב את שטח הטרפז ABCD.

3) חשב את זוויות הטרפז.

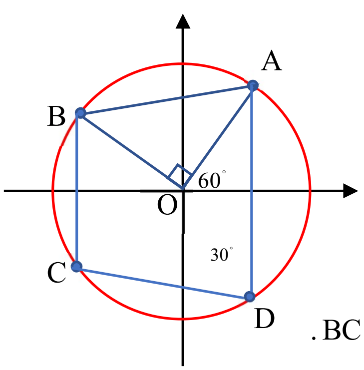
ב. נסמן: $P = z_2^{10}$. הראה, שהישר OP עובר דרך הקודקוד A של הטרפז.

__תשובות:__ **א. 1)** $\mathbf{z_A = 4cis60^o = 2+2\sqrt{3}i}$, $\mathbf{z_B = 4cis150^o = -2\sqrt{3}+2i}$,

$\mathbf{z_C = -2\sqrt{3} - 2i}$, $\mathbf{z_D = 2 - 2\sqrt{3}i}$ **2)** $\mathbf{16+8\sqrt{3}}$

3) $\mathbf{\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD = 105^o , \sphericalangle BAD = \sphericalangle ADC = 75^o}$

__פתרון:__



א. (1 $z_1 = 2 + 2\sqrt{3}i \Rightarrow R = \sqrt{4+12} = 4$, $\tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow$

$0^\circ < \theta < 90^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \mathbf{z_A = 4cis60^o}$

$\sphericalangle AOB = 90^\circ \Rightarrow z_2 = z_1 \cdot cis90^\circ = 4cis60^\circ \cdot cis90^\circ$

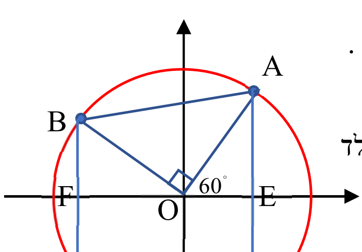
$\Rightarrow \mathbf{z_2 = 4cis150^o = -2\sqrt{3} + 2i}$

$z_D = \overline{z}_1 \Rightarrow \mathbf{z_D = 2 - 2\sqrt{3}i}$, $z_C = \overline{z}_2 \Rightarrow \mathbf{z_C = -2\sqrt{3} - 2i}$

2) הצלעות AD ו- BC מונחות על ישרים מקבילים לציר ה- y לכן אלה בסיסי הטרפז. מתקיים: $AD = 2\cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$, $BC = 2\cdot 2 = 4$.
גובה הטרפז: $x_A - x_B = 2 + 2\sqrt{3} = 2(1+\sqrt{3})$. שטח הטרפז הוא :

$$S_{ABCD} = \frac{(4+4\sqrt{3})\cdot 2(1+\sqrt{3})}{2} = 4(1+\sqrt{3})^2 = \mathbf{16+8\sqrt{3}}$$

3) AD מאונך לציר ה- x בנקודה E ו- BC מאונך לציר ה- x בנקודה F .



$\measuredangle OAE = 30^\circ$. משולש AOB ישר זווית ושווה-שוקיים

לכן $\measuredangle BAD = 75^\circ \Rightarrow \measuredangle BAO = \measuredangle ABO = 45^\circ$.

טרפז חסום במעגל הוא טרפז שווה-שוקיים לכן

$\measuredangle \mathbf{BAD} = \measuredangle \mathbf{ADC} = \mathbf{75^o} \Rightarrow \measuredangle \mathbf{ABC} = \measuredangle \mathbf{BCD} = \mathbf{105^o}$

ב. $P = z_2^{10} = \left(4cis150^\circ\right)^{10} = 4^{10}cis60^\circ \Leftarrow$ הנקודה P נמצאת

על הישר OP היוצר זווית בת 60° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

מבחן מס' 10 , שאלה מס' 3

2. נתון מספר מרוכב : $z = Rcis\alpha$.

א. הראה כי: $\frac{z}{\bar{z}} = cis2\alpha$.

ב. נתון כי: $|z| + |\bar{z}| + \left|\frac{z}{\bar{z}}\right| = 7$, $\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $180^o < \alpha < 270^o$.

מצא את z .

<u>פתרון:</u>

א. 1) $z = R(\cos\alpha + i\sin\alpha) \Rightarrow \bar{z} = R(\cos\alpha - i\sin\alpha)$

$\Leftarrow \bar{z} = R(\cos(-\alpha)+i\sin(-\alpha)) \Rightarrow \bar{z} = Rcis(-\alpha)$

$\frac{z}{\bar{z}} = \frac{Rcis\alpha}{Rcis(-\alpha)} = cis(\alpha-(-\alpha)) = \mathbf{cis2\alpha}$

2) $|z| + |\bar{z}| + \left|\frac{z}{\bar{z}}\right| = 7 \Rightarrow R=3 \Leftarrow R + R + 1 = 7 \Leftarrow |z| = |\bar{z}| = R$

$\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i \ , \ \frac{z}{\bar{z}} = cis2\alpha \Rightarrow cis2\alpha = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ההצגה הטריגונומטרית של $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ היא: $\tan\beta = -\sqrt{3}$, $r = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = 1$

$\Leftarrow \beta = -60^\circ + 180^\circ k$; β נמצאת ברביע השני , לכן $\beta = 120^\circ$.

לכן: $cis2\alpha = cis120^\circ \Rightarrow 2\alpha = 120^\circ + 360^\circ k \Rightarrow \alpha = 60^\circ + 180^\circ k$

$180^o < \alpha < 270^o \Rightarrow \alpha = 240^\circ$

$\Leftarrow \mathbf{z = 3cis240^\circ} \Rightarrow z = 3(\cos240^o + i\sin240^o) \Rightarrow \mathbf{z = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i}$

שאלות להחלפה מעודכנות על פי מיקוד מרץ 2021