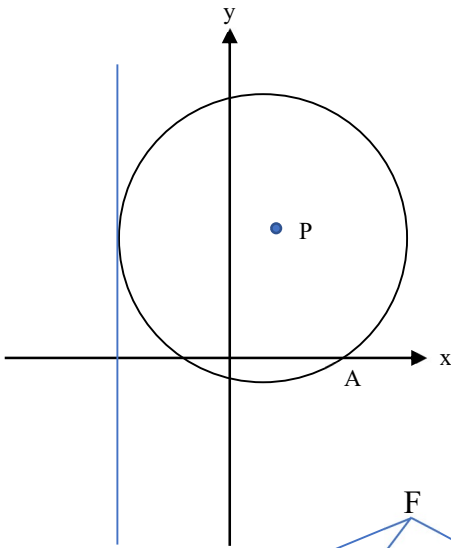


**מבחן מס' 1**

משך הבחינה: שעתיים ורבע

ענה על שלוש שאלות מן השאלות 1-5 (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות)**פרק ראשון: גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**1. מעגל שמרכזו בנקודה P משיק לישר  $x = -4$  ועובר בנקודה  $A(4;0)$  (ראה ציור).

א. מצא את המקום הגיאומטרי של הנקודות P המקיימות את התנאים הנתונים.

ב. הנקודה M נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א' וגם על הישר  $y = 12$ . מצא את משוואת המעגל M.ג. המשיק למעגל M בנקודה A חותך את המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א' בנקודה B הנמצאת ברביע הרביעי. שטח המשולש MAB הוא 676.  
1) חשב את מרחק הנקודה B מן הישר  $x = -4$ .  
2) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABM2. נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  (ראה ציור).

הנקודות K ו-G נמצאות על המקצועות AB ו-BC בהתאמה כך שמתקיים:

$$BG = \frac{1}{3}BC, \quad AK = \frac{2}{3}AB$$

ו- DK נחתכים בנקודה P.

$$\text{נתון: } \vec{AB} = \vec{u}, \quad \vec{AD} = \vec{v}, \quad \vec{AA'} = \vec{w}$$

א. מצא את היחס בו מחלקת הנקודה P

את הקטעים DK ו-AG.

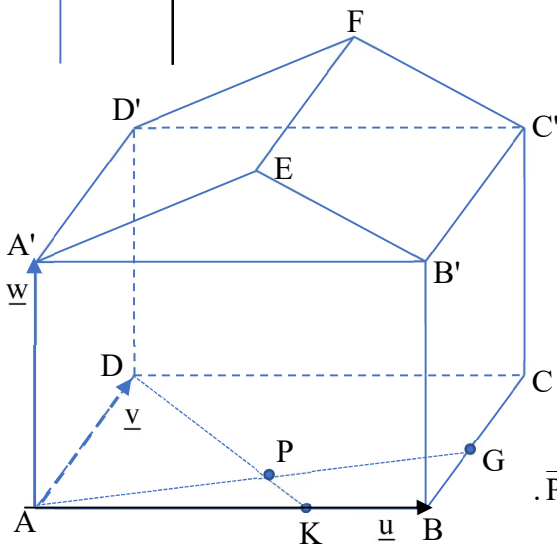
$$\text{ב. נתון הווקטור: } \vec{PE} = -\frac{1}{22}\vec{u} - \frac{2}{11}\vec{v} + \frac{14}{9}\vec{w}$$

הראה שהווקטור  $\vec{KE}$  נמצא במישור הפאה  $ABB'A'$ .ג. על התיבה  $ABCD A'B'C'D'$  בנויה מנסרה משולשת ישרה שבסיסה המשולשיםשווי- השוקיים  $A'B'E$  ו-  $D'C'F$  (  $A'E = B'E$  ו-  $D'F = C'F$  ).הסבר מדוע  $EF \perp EK$ .ד. התיבה סומנה במערכת צירים ונתון:  $D(0;0;0)$ ,  $B'(12;15;18)$ ,  $E(12;7.5;28)$ .

1) מצא את שיעורי הנקודות P ו-F.

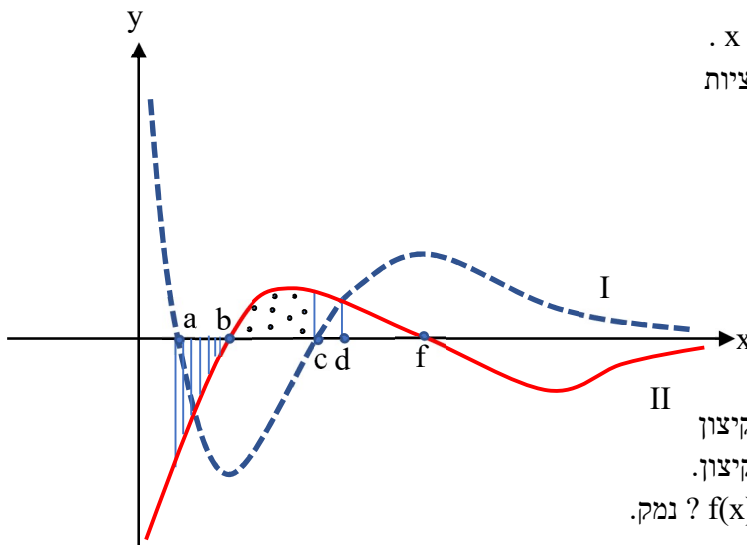
2) מצא את משוואת המישור  $EFC'B'$ .3) האנך מנקודה A למישור  $EFC'B'$  חותך את המישור בנקודה N.

מצא את שיעורי הנקודה N.



3. א. 1) מצא את פתרונות המשוואה  $z^5 - 1 = 0$ .
- 2) מצא את מכפלת כל ערכי  $z$  שמצאת בסעיף 1).
- ב. 1)  $z_k = r \operatorname{cis} \theta$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה. הנקודה A מתאימה למספר  $z_k$  במישור של גאוס והנקודה B מתאימה למספר  $z_{k+1}$ .  
חשב את הזווית  $\angle AOB$  (ראשית הצירים).
- 2)  $z_p$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה  $z^5 - 1 = 0$  נמצא ברביע השלישי.  
האם גם  $\bar{z}_p$  הוא פתרון של המשוואה? נמק.
- 3) הנקודה P מתאימה למספר  $z_p$  במישור של גאוס. הנקודה Q מתאימה למספר  $z_q$ .  
מסובבים את הקטע OP סיבוב של  $90^\circ$  נגד כיוון השעון לנקודה Q.  
הראה כי:  $z_q = iz_p$ .

### פרק שני- גדילה ודעיכה, פונקציית חזקה, פונקציה מעריכית ולוגריתמית



4. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת וגזירה בתחום  $x > 0$ .  
בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$ .
- א. התאם לכל אחת מן הפונקציות את אחד מן הגרפים I ו-II. נמק.  
היעזר בשיעורי הנקודות שסומנו על ציר ה- $x$  וענה על סעיפים ב', ג' וד':
- ב. הראה שהשטח המקווקו בציור שווה לשטח המנוקד.
- ג. 1) מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוג הקיצון.  
2) כמה נקודות הפיתול יש הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.
- ד. נתון:  $f(x) = \frac{(\ln x)^2 - 1}{x}$ . מצא את  $a, b, c$  ו- $f$ .

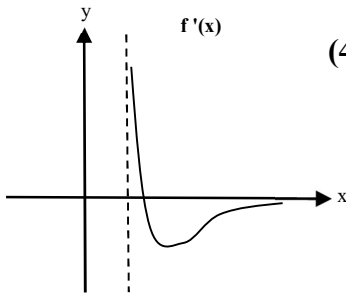
$$5. \text{ נתונה הנגזרת של הפונקציה } f(x) : f'(x) = \frac{e^x - 5}{\sqrt{e^{2x} - 7e^x - 8}} - 1$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f'(x)$ .
- (2) מצא את האסימפטוטות לגרף הפונקציה  $f'(x)$  המקבילות לצירים.
- (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f'(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- (4) הנקודה  $(\ln 17; -0.06)$  היא נקודת מינימום והנה נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה  $f'(x)$ .  
סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f'(x)$ .
- ב. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום בו מוגדרת  $f'(x)$ .
- (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה והקעירות כלפי מטה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. הערך המקסימלי של הפונקציה  $f(x)$  הוא 5. הישרים  $x = \ln 8$  ו-  $y = 3$  הם אסימפטוטות לגרף הפונקציה  $f(x)$ .
- (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- (2)  $S$  הנו השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f'(x)$ , ציר ה-  $x$  והישר  $x = 4$ .  
קבע איזו מן הטענות הבאות נכונה ונמק את קביעתך:
- (1)  $0 < S < 2$     (2)  $S > 5$     (3)  $3 < S < 5$     (4)  $2 < S < 3$

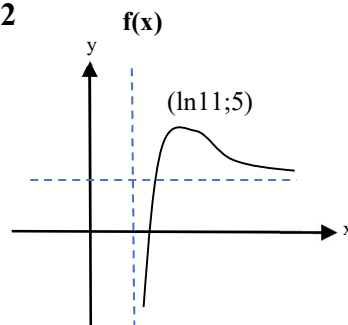
**בהצלחה!**

תשובות

1. א.  $y^2 = 16x$  ב.  $(x-9)^2 + (y-12)^2 = 169$   
 ג. (1)  $(x-54.5)^2 + (y+14)^2 = 2746.25$  (2) 104
2. א.  $AP : PG = 6 : 5$  ,  $KP : PD = 2 : 9$  ג.  $\angle EB'A'$   
 ד. (1)  $P(9\frac{9}{11}; 8\frac{2}{11}; 0)$  ,  $F(0; 7.5; 28)$   
 (2)  $N(12; 18.24; 13.68)$  (3)  $4y + 3z - 114 = 0$
3. א. (1)  $\text{cis}0^\circ = 1, \text{cis}72^\circ, \text{cis}144^\circ, \text{cis}216^\circ, \text{cis}288^\circ$  (2) 1  
 ב. (1)  $\angle AOB = 72^\circ$  (2) כן
4. א. גרף I -  $f(x)$  , גרף II -  $f'(x)$  ג.  $x = b$  מינימום  $x = f$  מקסימום (2) שתי נקודות פיתול  
 ד.  $b = 0.66, f = 11.18$  ,  $a = \frac{1}{e}$  ,  $c = e$

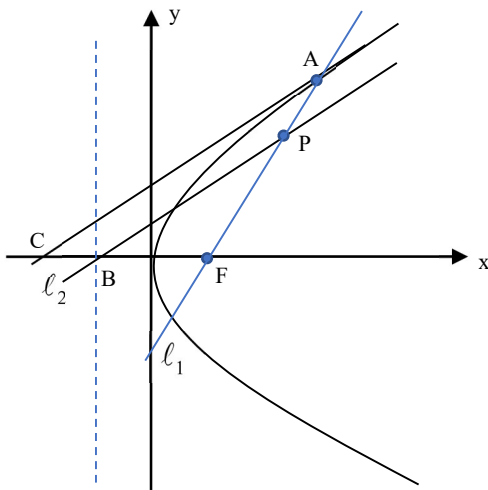


5. א. (1)  $x > \ln 8$  (2)  $x = \ln 8, y = 0$  (3)  $(\ln 11; 0)$  (4)  
 ב. (1) תחום עלייה:  $\ln 8 < x < \ln 11$  , תחום ירידה:  $x > \ln 11$   
 (2) תחום הקעירות כלפי מעלה:  $x > \ln 17$   
 תחום הקעירות כלפי מטה:  $\ln 8 < x < \ln 17$   
 ג. (1) (2) טענה (1)



**מבחן מס' 2**

משך הבחינה: שתיים ורבע

ענה על שלוש שאלות מן השאלות 1-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות)**פרק ראשון: גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**1. בנקודה כלשהי A הנמצאת על הפרבולה  $y^2 = 8x$ 

מעבירים ישר החותך את ציר ה-x בנקודה C.

נתון:  $x_C = -x_A$ . הנקודה F היא מוקד הפרבולה. $l_1$  הוא ישר העובר דרך הנקודות F ו-A.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם

ציר ה-x. הישר  $l_2$  עובר דרך הנקודה B ומקביל

לישר AC.

א. הראה שהמקום הגיאומטרי של נקודות החיתוך של

הישרים  $l_1$  ו- $l_2$  הוא מעגל שמרכזו במוקד הפרבולה

ומשיק למדריך הפרבולה.

ב. הפרבולה  $y^2 = 8x$  והמעגל שמצאת בסעיף א'

נחתכים בנקודות K ו-L. הראה שהמיתר KL עובר דרך מרכז המעגל.

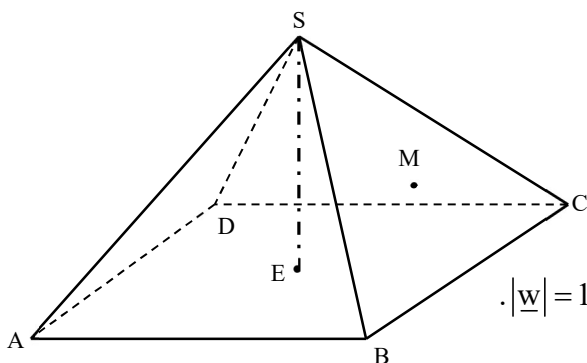
ג. המעגל שמצאת בסעיף א' חותך את חלקו החיובי של ציר ה-y בנקודה E.

הישר עליו נמצא קוטר המעגל היוצא מנקודה E, חותך את המעגל בנקודה

נוספת Q ואת הפרבולה בנקודה T הנמצאת ברביע הרביעי.

1) מצא את שיעורי הנקודות E ו-Q.

2) מצא את משוואת הישר BQ.



2. SABCD פירמידה ישרה שבסיסה מלבן ABCD.

E נקודת מפגש אלכסוני המלבן ABCD. M היא

נקודת מפגש התיכונים של הפאה SBC.

נתון:  $\vec{SE} = \underline{u}$ ,  $\vec{SM} = 2\underline{v}$ ,  $\vec{SC} = \underline{w}$ .א. הבע את  $\vec{BC}$  ואת  $\vec{AB}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .ב. נתון:  $|\underline{u}| = 12$ . חשב את  $\underline{u} \cdot \underline{v}$  ו- $\underline{u} \cdot \underline{w}$ .ג. נתון:  $S(-1;2;9)$ ,  $\underline{v} = (3;0;-4)$ ,  $\underline{u} = (0;0;t)$ ,  $|\underline{w}| = 18$ .

1) מצא את t.

2) מצא את הזוויות  $\sphericalangle ESM$  ו- $\sphericalangle ESC$ .

3) מצא את שיעורי הנקודה M.

4) מצא משוואת מישור המאונך ל-EM ועובר דרך הנקודה M.

5) האם הנקודה S נמצאת על המישור שמצאת בסעיף הקודם? נמק.

3. שני מקומות גיאומטריים מקיימים : I.  $|z - 4| = 4$  II.  $z \cdot \bar{z} - 6(\bar{z} + z) = 0$

א. הראה שכל אחד מן המקומות הגיאומטריים מייצג מעגל ומצא את משוואות המעגלים.  
 (2) סרטטו את המעגלים במערכת צירים.

ב. (1) מצא את פתרונות המשוואה:  $z^2 - 12z + (64 + 16\sqrt{2} \cdot i) = 0$ .

(2) הראה שהנקודות במישור של גאוס המתאימות לפתרונות המשוואה  $z_1$  ו-  $z_2$  נמצאות על מעגל II.

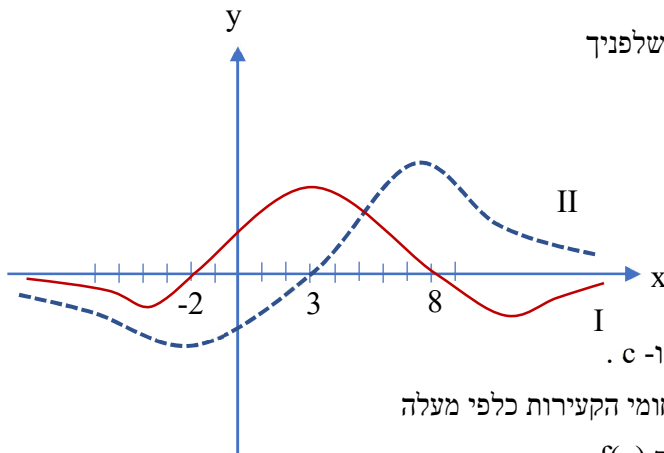
ג. אחד מפתרונות המשוואה נמצא ברביע הראשון בנקודה A. מנקודה A מורידים אנך לציר ה-x. אנך זה חותך את מעגל I. בנקודה B. O היא ראשית הצירים.

(1) רשום את  $z_A$  ואת  $z_B$  בצורה:  $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ .

(2) מצא את  $\frac{z_A}{z_B}$ .

(3) מצא, על פי הסעיף הקודם, את הזווית  $\angle AOB$ .

### פרק שני- גדילה ודעיכה, פונקציית חזקה, פונקציה מעריכית ולוגריתמית



4. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל ערך של  $x$ . בציור שלפניך

מתוארים הגרפים של  $f'(x)$  ו-  $f''(x)$ .

א. התאם כל אחד מן הגרפים I ו- II לפונקציות

$f'(x)$  ו-  $f''(x)$ . נמק את קביעתך.

ב. נתון:  $f(x) = \ln\left(\frac{1}{2}x^2 + bx + c\right)$ .

(1) היעזר בנתונים הרשומים בציור ומצא את  $b$  ו-  $c$ .

(2) מצא את תחומי העלייה, תחומי הירידה, תחומי הקעירות כלפי מעלה

ואת תחומי הקעירות כלפי מטה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(4) חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות I ו- II, הישר  $x = -2$  והישר  $x = 3$ .

ג. נתונות הפונקציות  $g(x) = f(x) + k$  ו-  $h(x) = \ln(x^2 + 2bx + 2c)$ .

מצא את הערך של  $k$  עבורו מתקיים:  $g(x) = h(x)$ .

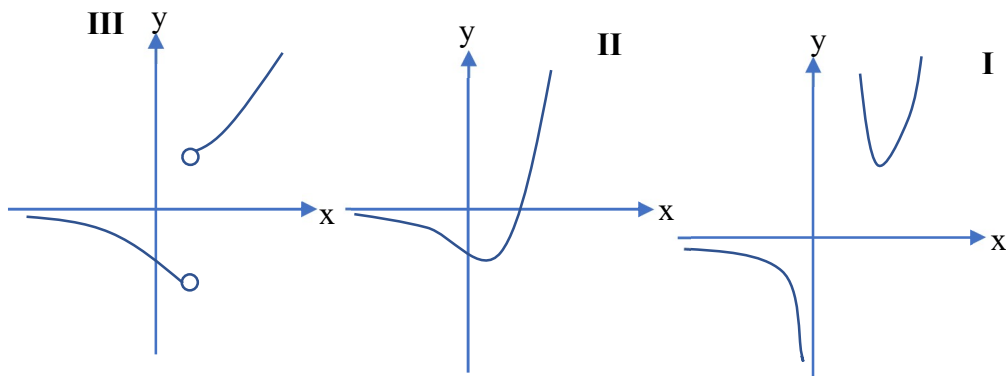
5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{e^{2x} - 8e^x + c}$ ,  $c > 0$ .

א. מצא אסימפטוטה לגרף הפונקציה המקבילה לציר ה- $x$  (בטא באמצעות  $c$  לפי הצורך).  
 ב. מצא את תחום ההגדרה, את נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה), את שיעורי נקודות

הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון, עבור:

$$(1) \quad c = 7 \quad (2) \quad c = 16 \quad (3) \quad c = 20.$$

ג. נתון:  $g(x) = f'(x)$ . בציור שלפניך מתוארים הגרפים של  $g(x)$  עבור כל אחד מערכי  $c$  הרשומים בסעיף ב'.



- 1) התאם לכל אחד מן הגרפים I, II, III את הערך של  $c$ . נמק קביעתך.
- 2) הראה כי בתחום  $x < 0$ , גרף הפונקציה II נמצא מעל גרף הפונקציה I.
- 3) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה I, גרף הפונקציה II, הישר  $x = -2$  והישר  $x = -1$ .
- ד. נתון:  $c = 20$ . סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

**בהצלחה!**

תשובות

1. א.  $(x-2)^2 + y^2 = 16$  ג. (1)  $E(0; \sqrt{12})$ ,  $Q(4; -\sqrt{12})$

(2)  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$

2. א.  $\overline{AB} = -2\underline{u} + 6\underline{v}$ ,  $\overline{BC} = -6\underline{v} + 2\underline{w}$

ב. (1)  $\underline{u} \cdot \underline{v} = 48$ ,  $\underline{u} \cdot \underline{w} = 144$  ג. (1)  $t = -12$

(2)  $\sphericalangle ESC = 48.19^\circ$ ,  $\sphericalangle ESM = 36.87^\circ$  (3)  $M(5; 2; 1)$

(4)  $3x + 2z - 17 = 0$  (5) לא

3. א. I.  $(x-4)^2 + y^2 = 16$ , II.  $(x-6)^2 + y^2 = 36$

ב. (1)  $z_1 = 8 - 4\sqrt{2} \cdot i$ ,  $z_2 = 4 + 4\sqrt{2} \cdot i$

ג. (1)  $z_B = 4\sqrt{2} \cdot \text{cis}(45^\circ)$ ,  $z_A = 4\sqrt{3} \cdot \text{cis}(54.74^\circ)$

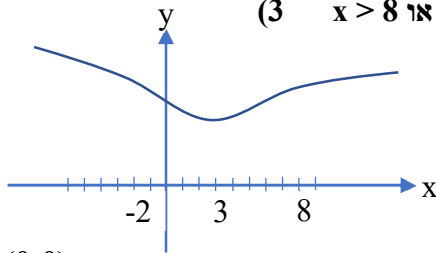
(2)  $\sqrt{1.5} \cdot \text{cis}(9.74^\circ)$  (3)  $9.74^\circ$

4. א. גרף I מתאים ל- $f''(x)$ , גרף II מתאים ל- $f'(x)$  ב. (1)  $b = -3$ ,  $c = 17$

(2) תחום העלייה:  $x > 3$ , תחום הירידה:  $x < 3$ ; תחום הקעירות כלפי מעלה:

(3)  $-2 < x < 8$ , תחומי הקעירות כלפי מטה:  $x < -2$  או  $x > 8$

(4)  $k = \ln 2$  ג. 0.893



5. א.  $y = \sqrt{c}$  ב. (1) תחום ההגדרה:  $x \leq 0$  או  $x \geq \ln 7$ , נקודות חיתוך עם הצירים:  $(0; 0)$

,  $(\ln 7; 0)$  נקודות קיצון:  $(0; 0)$  מינימום,  $(\ln 7; 0)$  מינימום

(2) תחום ההגדרה: כל  $x$ , נקודות חיתוך עם הצירים:  $(\ln 4; 0)$ ,  $(0; 3)$ ;

נקודת קיצון:  $(\ln 4; 0)$  נקודת מינימום

(3) תחום ההגדרה: כל  $x$ , נקודות חיתוך עם הצירים:  $(0; \sqrt{13})$ , נקודות קיצון:  $(\ln 4; 2)$

נקודת מינימום ג. (1) גרף I מתאים ל- $c = 7$ , גרף III מתאים ל- $c = 16$ , גרף II

מתאים ל- $c = 20$  (3) 0.18 ד.

