

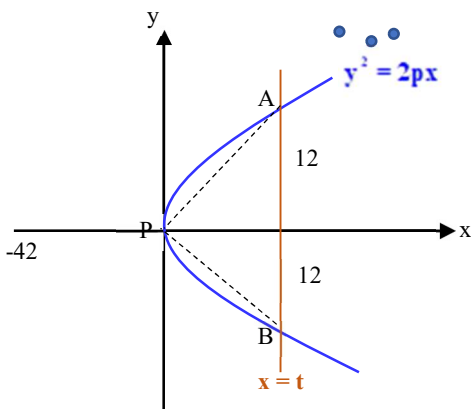
**מבחן מס' 1**

משך הבחינה: שעתיים ורבע

**פרק ראשון: גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

1. הישר  $x = t$  חותך את הפרבולה  $y^2 = 2px$  בנקודות A ו-B ( הנקודה A נמצאת ברביע הראשון). אורך המיתר AB הוא 24. הנקודה P נמצאת על הפרבולה, משמאל לנקודה A, כך שהשטח המקסימלי של המשולש ABP הוא 72.
- א. מצא את  $t$  ואת משוואת הפרבולה.  
 ב. האם המיתר AB עובר דרך מוקד הפרבולה F? נמק.  
 ג. הנקודה C נמצאת על המיתר AB כך שמתקיים:  $AC:CB = 1:7$ . ישר המקביל לציר ה-x ועובר בנקודה C חותך את הפרבולה בנקודה D ואת מדריך הפרבולה בנקודה E.  
 ד. מצא את שיעורי הנקודה D.  
 ה. חשב את היקף המשולש EDF.
- ג. הנקודה D היא מרכזו של מעגל המשיק לציר ה-y ומשיק מבחוץ למעגל  $x^2 + y^2 = 12x$  בנקודה K. מצא את שיעורי הנקודה K.

פתרון:



- א. 1) הפרבולה  $y^2 = 2px$  סימטרית ביחס לציר ה-x לכן הנקודה B סימטרית לנקודה A ביחס לציר ה-x, לכן, אם אורך הקטע AB הוא 24, אז שיעור ה-y של הנקודה A הוא 12. השטח המקסימלי של המשולש ABP מתקבל כאשר הנקודה P נמצאת במוקד הפרבולה, כלומר, בראשית הצירים. מקבלים:
- $$72 = \frac{24 \cdot t}{2} \Rightarrow t = 6$$

שיעורי הנקודה A המתקבלת באופן זה:  $A(6;12)$ . מקבלים:

$$12^2 = 2p \cdot 6 \Rightarrow p = 12 \quad \text{משוואת הפרבולה היא } y^2 = 24x$$

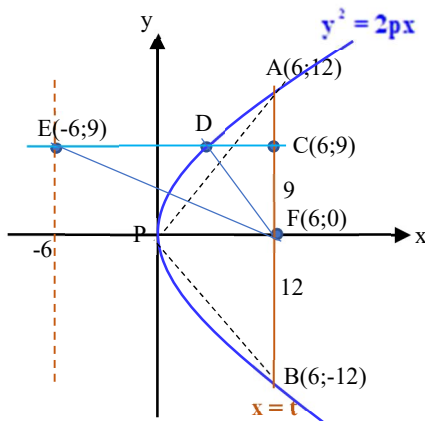
- 2)  $p = 12$  לכן שיעורי מוקד הפרבולה הם  $F(6;0)$  המיתר AB הנמצא על הישר  $x = 6$  עובר דרך מוקד הפרבולה.

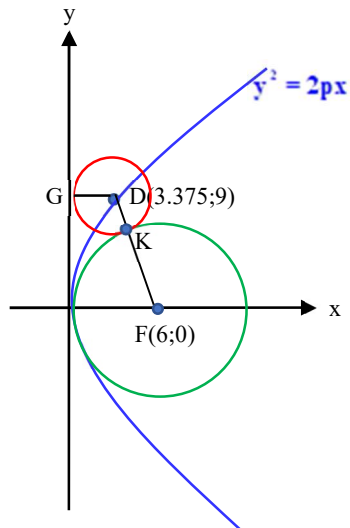
ב. 1)  $\frac{AC}{CB} = \frac{1}{7} \Rightarrow y_C = \frac{12 \cdot 7 - 12}{8} = 9 \Rightarrow C(6;9)$ ,  $x_C = x_A = 6$

$$x_D = 3.375 \leftarrow 9^2 = 24x_D \leftarrow y_D = y_C = 9$$

$$D(3.375;9) \leftarrow$$

- 2)  $DF = DE = 3.375 + 6 = 9.375$  (מרחק הנקודה D ממוקד הפרבולה שווה למרחקה מן המדריך.

שיעורי הנקודה E:  $E(-6;9)$ 



$$EF = \sqrt{(6+6)^2 + (0-9)^2} = 15 : \text{אורך הצלע } EF$$

$$9.375 \cdot 2 + 15 = 33.75 : \text{היקף המשולש } EDF$$

$$x^2 + y^2 = 12x \Rightarrow x^2 - 12x + y^2 = 0 : \text{ג. המעגל הנתון:}$$

$$F(6;0) \leftarrow (x-6)^2 + y^2 = 36 \leftarrow \text{מרכז המעגל בנקודה } F(6;0) \text{ ורדיוס המעגל הוא } 6.$$

המעגל המשיק למעגל  $x^2 + y^2 = 12x$  בנקודה  $K$  ומשיק לציר

ה- $y$  בנקודה  $G$ , מרכזו בנקודה  $D(3.375;9)$ , רדיוסו  $3.375$ .

נקודת ההשקה  $K$  נמצאת על קטע המרכזים

$DF$  ומתקיים:  $DK = 3.375$ ,  $KF = 6$ . לכן, הנקודה  $K$  מחלקת

$$\text{את הקטע ביחס } \leftarrow \frac{DK}{KF} = \frac{3.375}{6} = \frac{9}{16} \text{ מקבלים:}$$

$$x_K = \frac{3.375 \cdot 16 + 6 \cdot 9}{25} = 4.32, y_K = \frac{9 \cdot 16 + 0 \cdot 9}{25} = 5.76 \Rightarrow \mathbf{K(4.32; 5.76)}$$

2. נתונים הישרים:  $l_1: \underline{x} = (1;0;0) + t(2;2;-3)$  ו-  $l_2: \underline{x} = (2;0;0) + m(1;1;-2)$ .
- א. הראה שהישרים  $l_1$  ו-  $l_2$  מצטלבים.
- ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של מישור  $\pi_1$  המכיל את הישר  $l_1$  ומקביל לישר  $l_2$ .
- (2) מצא את משוואת המישור  $\pi_1$ .
- ג. מצא הצגה פרמטרית של ישר  $l_3$  המוכל במישור  $\pi_1$ , מקביל לישר  $l_2$  ועובר בנקודה  $(k;0;2)$ .
- ד. (1) מישור  $\pi_2$  נקבע על-ידי הישרים  $l_2$  ו-  $l_3$ . מצא הצגה פרמטרית של ישר  $l_4$  העובר בנקודה  $(2;0;0)$  ומאונך למישור  $\pi_2$ .
- (2) הישר  $l_4$  חותך את המישור  $\pi_1$  בנקודה P. הנקודה  $A(3;2;-3)$  נמצאת על הישר  $l_1$ , הנקודה  $B(1;0;2)$  נמצאת על הישר  $l_3$  והנקודה C נמצאת על הישר  $l_2$ . מצא את נפח הפירמידה CABP.

פתרון:

- א. ווקטורי הכיוון  $(1;1;-2)$  ו-  $(2;2;-3)$  בלתי תלויים (לא קיים מספר  $\alpha$  עבורו מתקיים  $(2;2;-3) = \alpha(1;1;-2)$ ), לכן, הישרים נחתכים או מצטלבים. נבדוק האם יש נקודה משותפת:
- נקודה כללית על  $l_1$  תהיה  $(1 + 2t; 2t; -3t)$  ונקודה כללית על  $l_2$   $(2 + m; m; -2m)$ .
- נקודה משותפת צריכה לקיים:  $1 + 2t = 2 + m$  וגם  $2t = m$  וגם  $-3t = -2m$
- לפי שתי המשוואות הראשונות מקבלים  $1 + 2t = 2 + 2t$  ומקבלים שאין פתרון למערכת. מסקנה: הישרים  $l_1$  ו-  $l_2$  מצטלבים.
- ב. (1) המישור  $\pi_1$  מכיל את הנקודה  $(1;0;0)$  הנמצאת על  $l_1$  והכיוון  $(2;2;-3)$  הוא אחד מווקטורי הכיוון של  $\pi_1$ . המישור מקביל לישר  $l_2$  לכן הווקטור  $(1;1;-2)$  הנו ווקטור כיוון נוסף של המישור  $\pi_1$ . מתקבלת ההצגה הפרמטרית:  $\pi_1: \underline{x} = (1;0;0) + p(2;2;-3) + q(1;1;-2)$
- (2) ניעזר במכפלה ווקטורית של שני ווקטורי הכיוון למציאת הווקטור האנך לכל אחד מהם, הווקטור האנך למישור  $\pi_1$ :

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 2 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = x(-4+3) - y(-4+3) + z(2-2) + d = 0 \Rightarrow$$

$$-x + y + d = 0 \leftarrow \text{הווקטור האנך למישור הוא } (-1;1;0). \text{ בדיקה:}$$

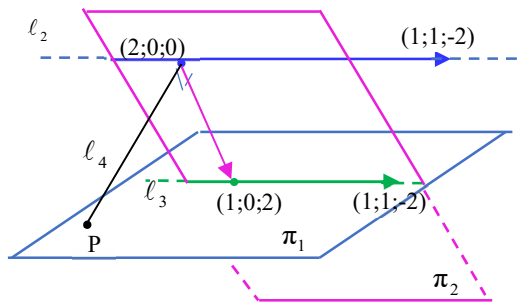
$$(-1;1;0) \cdot (1,1,-2) = -1 + 1 = 0, \quad (-1;1;0) \cdot (2;2;-3) = -2 + 2 = 0$$

$$\text{נציב את הנקודה } (1;0;0) \text{ ונקבל: } -1 + d = 0 \leftarrow d = 1. \text{ משוואת המישור } \pi_1:$$

$$-x + y + 1 = 0 \leftarrow x - y - 1 = 0$$

$$\text{ג. הנקודה } (k;0;2) \text{ נמצאת במישור } \pi_1$$

$$\text{לכן: } k - 1 = 0 \leftarrow k = 1$$



מתקבלת הנקודה  $(1;0;2)$ .  
ההצגה הפרמטרית של הישר  $l_3$  היא:

$$l_3: \underline{x} = (1;0;2) + r(1;1;-2)$$

ד. (1) ווקטורי הכיוון של מישור  $\pi_2$  הם:

$$(1;1;-2) \text{ - ווקטור הכיוון של } l_3$$

והווקטור המחבר את הנקודות  $(2;0;0)$

- ו  $(1;0;2)$  הנמצאות על הישרים המקבילים  $l_1$  ו-  $l_3$ , כלומר הווקטור  $(1;0;-2)$ .  
נמצא את הווקטור האנך למישור בעזרת מכפלה ווקטורית:

$$\begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow x = -2, y = -2 + 2 = 0, z = 0 - 1 = -1 \Rightarrow$$

מתקבל הווקטור  $(-2;0;-1)$ . בדיקה:  $(1;1;-2) \cdot (-2;0;-1) = -2 + 2 = 0$

$(1;0;-2) \cdot (-2;0;-1) = -2 + 2 = 0$ . הוא ווקטור הכיוון של הישר  $l_4$ .

ההצגה הפרמטרית של הישר  $l_4$  היא:  $l_4: \underline{x} = (2;0;0) + s(2;0;1)$

(2) הישרים  $l_1$  ו-  $l_3$  מוכלים במישור  $\pi_1$  לכן

הנקודות  $B(1;0;2)$ ,  $A(3;2;-3)$  נמצאות על המישור.

נמצא את הנקודה P בה חותך הישר  $l_4$  את

המישור  $\pi_1$ : נקודה כללית על הישר  $l_4$  היא

$(2 + 2s; 0; s)$ . נציב במשוואת המישור

$$x - y - 1 = 0 \text{ ונקבל: } s = -0.5 \Leftarrow 2 + 2s - 1 = 0$$

מתקבלת הנקודה  $P(1;0;-0.5)$ .

$$\overline{AB} = (-2; -2; 5) \Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{33} \quad \overline{AP} = (-2; -2; 2.5) \Rightarrow |\overline{AP}| = \sqrt{14.25}$$

לכן הנקודות A, B ו-P אינן על אותו ישר.  $(-2; -2; 5) \neq \alpha(-2; -2; 2.5)$

נחשב את שטח המשולש APB:

$$\cos \sphericalangle BAP = \frac{(-2; -2; 5) \cdot (-2; -2; 2.5)}{\sqrt{33} \cdot \sqrt{14.25}} = \frac{20.5}{\sqrt{470.25}} = 0.945 \Rightarrow \sphericalangle BAP = 19.03^\circ$$

$$S_{\Delta APB} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{33} \cdot \sqrt{14.25} \cdot \sin 19.03^\circ = 3.535$$

הישר  $l_2$  מקביל למישור  $\pi_1$  לכן כל נקודה עליו נמצאת באותו מרחק מן המישור. מקבלים את

$$V = \frac{3.535 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{3} = 0.833 \quad \text{גובה הפירמידה: } h = \frac{|2-1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$3. \text{ א. } z^4 = \frac{(-1 + \sqrt{3}i)^5}{(\sqrt{3} - i)^3} \quad \text{: פתור את המשוואה:}$$

(2) הראה שפתרונות המשוואה נמצאים על מעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור של גאוס ומצא את משוואת המעגל.

ב.  $z_k$  הוא אחד הפתרונות של המשוואה,  $0 \leq k \leq 3$ .

(1) הראה כי  $[(\sqrt{3} + i) \cdot z_k]^4$  הוא מספר מדומה טהור.

(2) האם  $iz_k$  הוא פתרון של המשוואה? נמק.

פתרון:

א. (1) נמצא הצגה טריגונומטרית למספר  $-1 + \sqrt{3} \cdot i$ :

$$R = \sqrt{1+3} = 2, \tan\theta = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = -60^\circ + 180^\circ k, 90^\circ < \theta < 180^\circ \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

המספר הוא:  $2\text{cis}120^\circ$

נמצא הצגה טריגונומטרית למספר  $\sqrt{3} - i$ :

$$R = \sqrt{3+1} = 2, \tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = -30^\circ + 180^\circ k, 270^\circ < \theta < 360^\circ \Rightarrow \theta = 330^\circ$$

המספר הוא:  $2\text{cis}330^\circ$

מקבלים:

$$z^4 = \frac{(2\text{cis}120^\circ)^5}{(2\text{cis}330^\circ)^3} = \frac{2^5 \text{cis}(600^\circ)}{2^3 \text{cis}(990^\circ)} = \frac{2^5 \text{cis}(240^\circ)}{2^3 \text{cis}(270^\circ)} = 4\text{cis}(-30^\circ) = 4\text{cis}(330^\circ) \Rightarrow$$

$$z^4 = 4\text{cis}(330^\circ + 360^\circ k) \Rightarrow z_k = \sqrt{2}\text{cis}(82.5^\circ + 90^\circ k) \Rightarrow$$

$$z_1 = \sqrt{2}\text{cis}(82.5^\circ), z_2 = \sqrt{2}\text{cis}(172.5^\circ), z_3 = \sqrt{2}\text{cis}(262.5^\circ), z_4 = \sqrt{2}\text{cis}(352.5^\circ)$$

(2) ארבעת פתרונות המשוואה נמצאים על המעגל הקבוע  $x^2 + y^2 = 2$

ב. (1)  $\sqrt{3} + i = 2\text{cis}30^\circ$ ,  $(z_k)^4 = 4\text{cis}(330^\circ)$  עבור  $0 \leq k \leq 3$

$$[(\sqrt{3} + i) \cdot z_k]^4 = (2\text{cis}30^\circ)^4 \cdot 4\text{cis}(330^\circ) = 64\text{cis}(120^\circ + 330^\circ) = 64\text{cis}(90^\circ) \Rightarrow$$

$$[(\sqrt{3} + i) \cdot z_k]^4 = 64i \quad \text{התקבל מספר מדומה טהור}$$

$$(iz_k)^4 = (i)^4 (z_k)^4 = 1 \cdot 4\text{cis}(330^\circ) = 4\text{cis}(330^\circ) \Rightarrow (2)$$

$$iz_k = 4\text{cis}(330^\circ) \quad \text{הוא פתרון של המשוואה}$$

## פרק שני- גדילה ודעיכה, פונקציית חזקה, פונקציה מעריכית ולוגריתמית

$$4. \text{ א. נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - x}{x^2}$$

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא לגרף הפונקציה  $f(x)$  אסימפטוטות מקבילות לצירים.

ב. בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

גרף הפונקציה  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = 3.17$ .

(1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ . נתון:  $g(1) = 0$ .

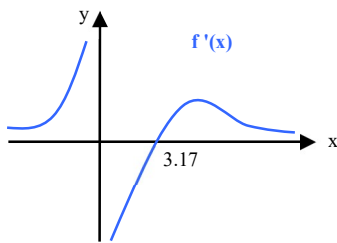
(1) נתון:  $f(1.77) = 0$ . מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את הפונקציה  $g(x)$ .

(3) הישר  $x = 0$  הנו האסימפטוטה היחידה לגרף הפונקציה  $g(x)$ .

חשב  $g(10)$  ו-  $g(-10)$  וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(4) חשב את השטח המוגבל בין גרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $f'(x)$  והישרים  $x = 4$  ו-  $x = 6$ .



## פתרון:

א. (1) תחום ההגדרה:  $x \neq 0$ .

(2)  $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow y \rightarrow \infty, x \rightarrow 0^- \Rightarrow y \rightarrow \infty$  הישר  $x = 0$  אסימפטוטה לגרף הפונקציה.

הישר  $y = 0$  אסימפטוטה לגרף הפונקציה.  $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow \frac{-1}{x} \rightarrow 0$

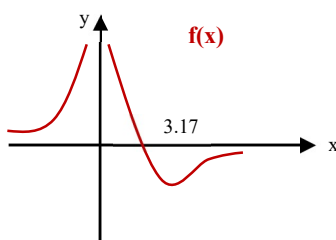
ב. (1)  $f(3.17) = -0.18$

$x$	$x < 0$	$0$	$0 < x < 3.17$	$x > 3.17$
$f'(x)$	+		-	0
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$	min

מקבלים: נקודת מינימום של  $f(x)$   $(3.17; -0.18)$

(2) תחומי העלייה:  $x < 0, x > 3.17$

(3) תחום הירידה:  $0 < x < 3.17$



x	$x < 0$	0	$0 < x < 1.77$	$x > 1.77$
$g'(x)$	+		+	0
$g(x)$	↗		↗	Max

תחומי העלייה:  $0 < x < 1.77$ ,  $x < 0$ ; תחום ירידה:  $x > 1.77$

(2)  $g'(x) = f(x)$  לכן:

$$g(x) = \int f(x) dx = \int \frac{e^x - x}{x^2} dx = \int \left( \frac{e^x}{x^2} - \frac{x}{x^2} \right) dx = \int \left( \frac{1}{x^2} e^x - \frac{1}{x} \right) dx \Rightarrow$$

$$g(x) = -e^{\frac{1}{x}} - \ln|x| + c \quad \text{ונקבל: } g(1) = 0$$

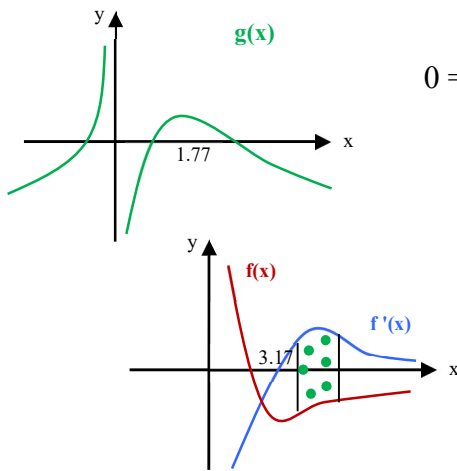
$$0 = -e - 0 + c \Rightarrow c = e \Rightarrow g(x) = -e^{\frac{1}{x}} - \ln|x| + e$$

$$g(10) = -0.69, g(-10) = -0.49 \quad (3)$$

$$S = \int_4^6 [f'(x) - f(x)] dx = [f(x) - g(x)]_4^6 = \quad (4)$$

$$[f(6) - g(6)] - [f(4) - g(4)] =$$

$$(-0.134 + 0.255) - (-0.17 - 0.048) = 0.339$$



5. א. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת וגזירה בתחום  $x > 3$ . נתון:  $f'(x) = \frac{1}{x-3}$ ,  $f(4) = \ln 3$ .

הראה כי:  $f(x) = \ln(3x - 9)$ .

ב. (1) הראה שהפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

(4) מגדירים פונקציה  $S(x)$  המקיימת:  $S(x) = \int_{3.1}^x f(t) dt$  בתחום  $3.1 \leq x \leq 4$ .

מצא את הערך של  $x$  עבורו  $S(x)$  מינימלי ואת הערך של  $x$  עבורו  $S(x)$  מקסימלי. נמק.

ג. בטא את  $x$  באמצעות  $f(x)$  והראה כי  $x = \frac{1}{3} e^{f(x)} + 3$ .

ד. נתונה פונקציה נוספת:  $g(x) = \frac{1}{3} e^x + 3$ .

(1) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא לפונקציה  $g(x)$  אסימפטוטה מקבילה לציר ה- $x$ .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(4) חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , ציר  $y$  והישר  $y = 6$ .

(5) האם תוכל לומר, על סמך הסעיפים הקודמים, מהו השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר  $x$  והישר  $x = 6$ ? נמק.

פתרון:

א.  $f(x) = \int \frac{1}{x-3} dx = \ln|x-3| + c$ . נתון  $x > 3$  לכן  $|x-3| = x-3$ .  $f(4) = \ln 3$ , לכן:

$$\ln 3 = \ln(4-3) + c \Rightarrow c = \ln 3 \Rightarrow f(x) = \ln(x-3) + \ln 3 = \ln[3(x-3)] \Rightarrow$$

$$f(x) = \ln(3x-9)$$

ב. (1)  $f(x) \leftarrow f'(x) > 0 \leftarrow x > 3$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x-3}$ .

(2)  $x > 3$  לכן אין חיתוך עם ציר ה- $y$ .

$$(3) \quad 0 = \ln(3x-9) \Rightarrow 3x-9 = 1 \Rightarrow x = 3\frac{1}{3} \Rightarrow \left(3\frac{1}{3}; 0\right)$$

(4) הפונקציה  $S(x)$  מייצגת את צבירת השטח הנוצר בין גרף הפונקציה  $f(x)$  וציר

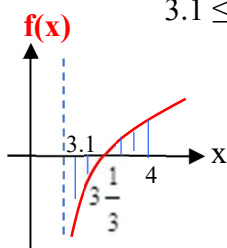
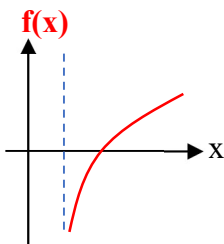
ה- $x$  בתחום  $3.1 \leq x \leq 4$ . ככל שמצטבר שטח גדול יותר בתחום  $3.1 \leq x \leq 3\frac{1}{3}$

מתווספים לערכי הפונקציה  $S(x)$  ערכים שליליים. עבור  $x > 3\frac{1}{3}$

יתווספו ערכים חיוביים ולכן ערכי הפונקציה  $S(x)$  יעלו.

הערך המינימלי יתקבל עבור  $x = 3\frac{1}{3}$  והערך המקסימלי יתקבל

עבור  $x = 4$ .

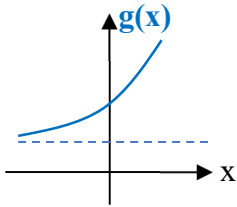




$$f(x) = \ln(3x-9) \Rightarrow e^{f(x)} = 3x-9 \Rightarrow 3x = e^{f(x)} + 9 \Rightarrow x = \frac{1}{3}e^{f(x)} + 3 \quad \text{ג.}$$

$$g(x) = \frac{1}{3}e^x + 3 \Rightarrow g(0) = 3\frac{1}{3} \Rightarrow (0; 3\frac{1}{3}) \quad \text{ד. (1)}$$

$$0 = \frac{1}{3}e^x + 3 \Rightarrow e^x = -9 \Rightarrow \text{אין פתרון}$$



(2) הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת לכל ערך של  $x$  ואין לה אסימפטוטה מאונכת לציר ה- $x$ .  
אסימפטוטות מאונכות לציר ה- $y$ :

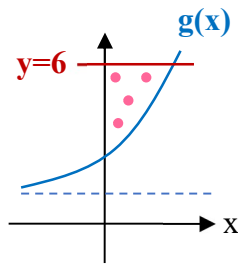
אין אסימפטוטה  $x \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow \infty$

(3) אסימפטוטה מאונכת לציר ה- $y$   $y = 3$   $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow 3$

(4) שיעור ה- $x$  של נקודת החיתוך של

גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הישר  $y = 6$ :

$$\frac{1}{3}e^x + 3 = 6 \Rightarrow \frac{1}{3}e^x = 3 \Rightarrow e^x = 9 \Rightarrow x = \ln 9$$



$$S = \int_0^{\ln 9} \left[ 6 - \left( \frac{1}{3}e^x + 3 \right) \right] dx = \int_0^{\ln 9} \left( 3 - \frac{1}{3}e^x \right) dx = \text{נקבל:}$$

$$= \left[ 3x - \frac{1}{3}e^x \right]_0^{\ln 9} = \left( 3\ln 9 - \frac{1}{3}e^{\ln 9} \right) - \left( -\frac{1}{3} \right) = 3\ln 9 - 3 + \frac{1}{3} = 3.925$$

(5) הפונקציה  $g(x)$  התקבלה על ידי

היפוך בין המשתנים  $x$  ו- $f(x)$

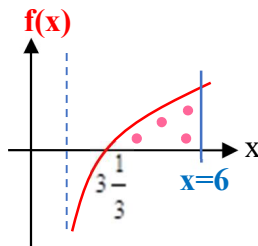
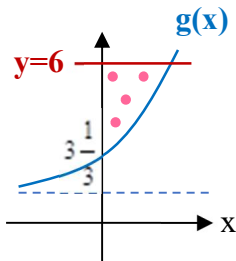
לכן השטח המוגבל בין גרף הפונקציה

$f(x)$ , ציר ה- $x$  והישר  $x = 6$

שווה לשטח המוגבל בין גרף

הפונקציה  $g(x)$ , ציר ה- $y$

והישר  $y = 6$ . השטח הוא:  $3.925$



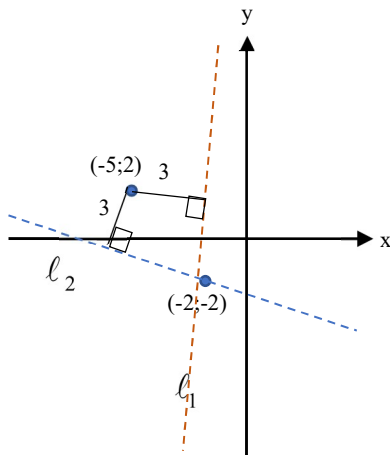
**מבחן מס' 2**

משך הבחינה: שעתיים ורבע

**פרק ראשון: גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**ענה על שתיים שאלות מן השאלות 1-3 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות)

1. א. מצא את משוואות שני הישרים העוברים דרך הנקודה  $(-2;-2)$  ונמצאים במרחק 3 מנקודה  $(-5;2)$ .
- ב. את אחד הישרים שמצאת בסעיף א' המקביל לציר ה-y נסמן ב-  $l_1$ . מצא את המקום הגיאומטרי של הנקודות שמרחקן מן הישר  $l_1$  שווה למרחקן מן הנקודה  $N(2;0)$ .
- ג. נסמן ב-  $l_2$  את הישר השני שקיבלת בסעיף א'. מצא משוואת מעגל שמרכזו על חלקו החיובי של ציר ה-x ומשיק גם לישר  $l_1$  וגם לישר  $l_2$ .
- ד. (1) הסבר מדוע המעגל שמצאת בסעיף ג' חותך את המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף ב' בשתי נקודות (ניתן להיעזר בציור מתאים).
- (2) נסמן ב- M את מרכזו של המעגל שמצאת בסעיף ג'. A היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל M עם המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף ב'. מרחק הנקודה A מן הישר  $l_1$  הוא d. הבע בעזרת d את היקף המשולש AMN.

פתרון:



א. נסמן ב- m את שיפוע הישר המבוקש. משוואת הישר העובר בנקודה  $(-2;-2)$  היא:  $y + 2 = m(x + 2)$ :  
 $y - mx + 2 - 2m = 0$  מקבלים:

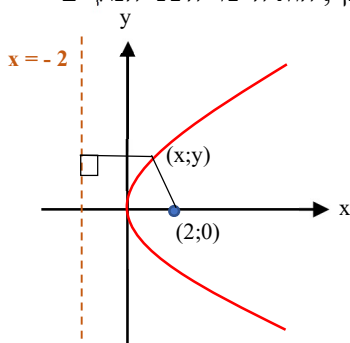
$$\frac{|2 + 5m + 2 - 2m|}{\sqrt{1 + m^2}} = 3 \Rightarrow |4 + 3m| = 3\sqrt{1 + m^2} \Rightarrow$$

$$16 + 24m + 9m^2 = 9(1 + m^2) \Rightarrow 24m = -7$$

$$\Leftarrow m = -\frac{7}{24} \Leftarrow \text{התקבל הישר}$$

$$\cdot 24y + 7x + 62 = 0 \Leftarrow y + \frac{7}{24}x + 2 - 2 \cdot \left(-\frac{7}{24}\right) = 0$$

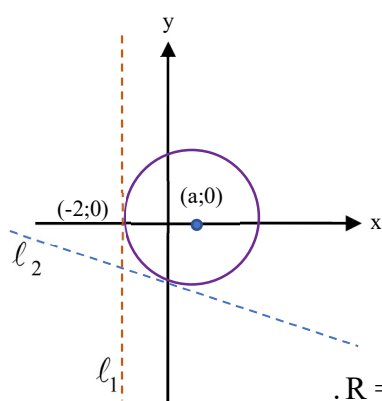
נבדוק ישר מקביל לציר ה-y ששיפועו איננו מוגדר, העובר בנקודה  $(-2;-2)$ , כלומר הישר  $x = -2$ . מרחק הישר  $x = -2$  מן הנקודה  $(-5;2)$  הוא 3, לכן, הוא הישר השני המקיים את התנאי.



ב. כל נקודה על המקום הגיאומטרי המבוקש נמצאת במרחקים שווים מן הישר  $x = -2$  ומן הנקודה  $(2;0)$ , לכן, היא נמצאת על פי ההגדרה, על פרבולה קנונית  $y^2 = 2px$  שמוקדה

$$\text{בנקודה } (2;0). \text{ לכן, } \frac{p}{2} = 2 \Leftarrow p = 4 \Leftarrow \text{משוואת}$$

$$\text{הפרבולה היא } y^2 = 8x.$$



ג. נסמן את מרכז המעגל  $(a;0)$ ,  $a > 0$ . הנקודה נמצאת

במרחקים שווים מן הישרים  $l_1$  וגם מישר  $l_2$ .

מרחק הנקודה מן הישר  $x = -2$  הוא  $a + 2$ .

מרחק הנקודה מן הישר  $24y + 7x + 62 = 0$

הוא  $\frac{|24 \cdot 0 + 7a + 62|}{\sqrt{24^2 + 7^2}}$ . נקבל:

$$\frac{|7a + 62|}{25} = a + 2, 7a + 62 > 0 \Rightarrow 7a + 62 = 25a + 50 \Rightarrow$$

$$.R = a + 2 = 2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}, 18a = 12 \Rightarrow a = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}; 0\right)$$

$$\text{מתקבלת המשוואה } \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{64}{9}$$

ד. 1) הפרבולה והמעגל נחתכים בשתי נקודות הנמצאות

ברביע הראשון וברביע הרביעי.

2) הנקודה A נמצאת על הפרבולה  $y^2 = 8x$ , לכן מרחקה

מן המדרוך  $x = -2$  שווה למרחקה מן המוקד  $N(2;0)$ .

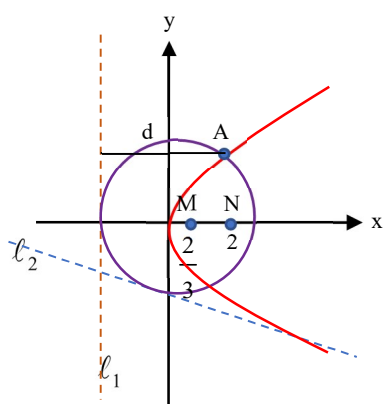
מקבלים:  $AN = d$ .

$$\text{הנקודה A נמצאת על המעגל } \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{64}{9}$$

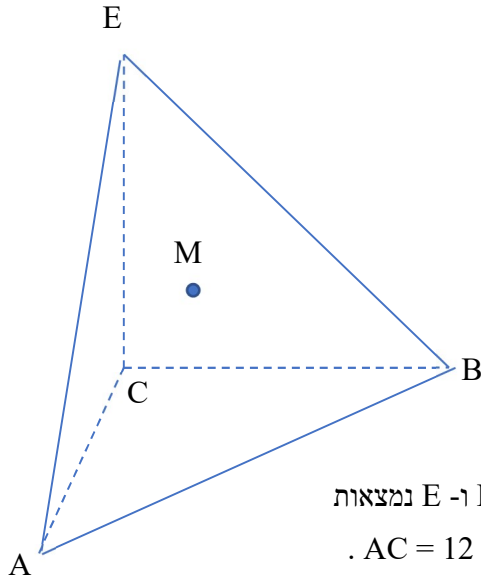
לכן מרחקה מן המרכז  $M\left(\frac{2}{3}; 0\right)$  שווה לרדיוס המעגל.

מקבלים  $AM = 2\frac{2}{3}$ .  $MN = 2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$ . היקף המשולש AMN הוא:

$$.d + 2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} = d + 4$$



א.מ. ספרי מתמטיקה



2. ABCE פירמידה משולשת. נתון:  $CA = CB = CE$ ,

$EC \perp CB, EC \perp CA, CA \perp CB$  הנקודה M.

היא נקודת מפגש התיכונים במשולש ABE.

א. (1) הסבר מדוע הפירמידה ABCE היא פירמידה ישרה.

(2) הראה ש-CM מאונך למישור הפאה ABE.

(3) מהי הזווית בין הקטע CM לקטע EB? נמק.

ב. הנקודה N היא נקודת מפגש התיכונים בפאה ACE.

הוכח:  $MN \parallel BC$ .

ג. נתון: הנקודה C נמצאת בראשית הצירים. הנקודות A, B ו-E נמצאות

על החלקים החיוביים של ציר x, ציר y וציר z בהתאמה.  $AC = 12$ .

(1) מצא את משוואת המישור EMC.

(2) BN חותך את מישור המשולש EMC בנקודה P. חשב את היחס  $\frac{BP}{PN}$ .

פתרון:

א. (1)  $CA = CB = CE$  לכן ABCE פירמידה ישרה שבסיסה המשולש ABE.

(2) המשולשים ACE, BCE ו-ABC חופפים לכן המשולש ABE שווה-צלעות. M מפגש התיכונים

במשולש שווה-צלעות, לכן גם מפגש האנכים האמצעיים של המשולש. לכן, M מרכז המעגל

החוסם את הבסיס ABE והקטע CM הוא הגובה לבסיס של הפירמידה.

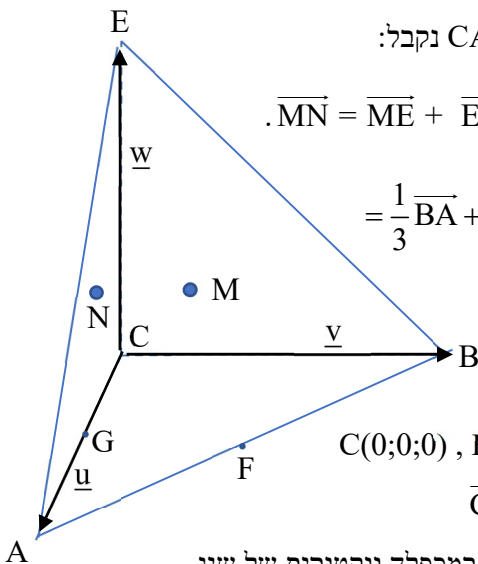
(3) CM מאונך למישור ABE לכן הוא אנך לכל ווקטור במישור.

ב. נסמן:  $\overline{CE} = \underline{w}$ ,  $\overline{CB} = \underline{v}$ ,  $\overline{CA} = \underline{u}$ . F אמצע AB ו-G אמצע CA נקבל:

$$\overline{MN} = \overline{ME} + \overline{EN} = \frac{2}{3} \overline{FE} + \frac{2}{3} \overline{EG} = \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2} \overline{BA} + \overline{AE} \right) + \frac{2}{3} \left( \overline{EA} + \frac{1}{2} \overline{AC} \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \overline{BA} + \frac{2}{3} \overline{AE} + \frac{2}{3} \overline{EA} + \frac{1}{3} \overline{AC} = \frac{1}{3} (-\underline{v} + \underline{u}) + \frac{2}{3} \overline{AE} - \frac{2}{3} \overline{AE} - \frac{1}{3} \underline{u} =$$

$$= -\frac{1}{3} \underline{v} + \frac{1}{3} \underline{u} - \frac{1}{3} \underline{u} \Rightarrow \overline{MN} = -\frac{1}{3} \underline{v} \Rightarrow MN \parallel BC$$



ג. (1) על פי הנתונים מקבלים:  $C(0;0;0)$ ,  $B(0;12;0)$ ,  $A(12;0;0)$ ,  $E(0;0;12)$

$$\overline{CM} = (4;4;4), \overline{CE} = (0;0;12) \leftarrow M(4;4;4), N(4;0;4)$$

כיוון הישר CM הוא (1;1;1) וכיוון ישר CE הוא (0;0;1). ניעזר במכפלה ווקטורית של שני

הווקטורים (1;1;1) ו-(0;0;1) שתוצאתה ווקטור המאונך לכל אחד מהם ונקבל:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = x(1-0) - y(1-0) + z(0-0) + d = 0 \Rightarrow x - y + d = 0$$

המישור עובר דרך ראשית הצירים C לכן משוואת המישור EMC היא:  $\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{0}$   
 (2)  $\overrightarrow{BN} = (4; -12; 4) \Leftarrow$  ווקטור הכיוון של הישר BN הוא  $(1; -3; 1)$ . ההצגה הפרמטרית של הישר BN היא  $\underline{x} = (0; 12; 0) + t(1; -3; 1)$ . נוכל לסמן:  $P(t; 12-3t; t)$  ונציב את שיעוריה במשוואת המישור EMC:  $t - (12-3t) = 0 \Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow t = 3$ . מקבלים:  
 $P(3; 12-9; 3) \Rightarrow P(3; 3; 3) \Rightarrow \overrightarrow{BP} = (3; 3 - 12; 3) = (3; -9; 3) \Rightarrow$   
 $\overrightarrow{BP} = 3(1; -3; 1)$

$$\overrightarrow{PN} = (4 - 3; 0 - 3; 4 - 3) \Rightarrow \overrightarrow{PN} = (1; -3; 1) \Rightarrow \frac{\overrightarrow{BP}}{\overrightarrow{PN}} = \mathbf{3}$$

$$3. \text{ א. פתור את המשוואה: } 2i\bar{z} + 3z + 18 = |z|^2$$

ב. הנקודה A נמצאת ברביע השני במישור של גאוס ומייצגת את אחד הפתרונות של המשוואה.

הנקודה A מייצגת את הקודקוד A של מצולע משוכלל בעל n צלעות,  $n > 4$ .

הנקודות B, C, D, E, ... מייצגות את שאר הקודקודים על פי סדר האותיות, נגד כיוון

השעון. המספר  $\frac{\sqrt{2}}{2}(1 - 5i)$  מייצג את הקודקוד D של המצולע.

(1) מצא את n.

(2) מצא את שטח המצולע.

ג. קודקודי המצולע מתאימים לפתרונות המשוואה  $z^n = a + bi$ .

(1) מצא את המספר  $a + bi$ .

(2) המספר המרוכב  $z_k$ ,  $1 \leq k \leq n$ , הנו אחד מפתרונות המשוואה.

הראה שהנקודות המתאימות למספרים  $z_k$  ו- $z_{k+4}$  נמצאות על ישר אחד העובר דרך ראשית

הצירים.

$$(3) \text{ נסמן } z_k = r\text{cis}\theta \text{ . הראה כי } z_{k+4} = -r\text{cis}\theta$$

פתרון:

$$\text{א. נסמן: } z = x + yi \text{ ונקבל: } \Leftrightarrow 2i(x-yi) + 3(x+yi) + 18 = (\sqrt{x^2+y^2})^2$$

$$2xi + 2y + 3x + 3yi + 18 = x^2 + y^2 \Rightarrow (3x + 2y + 18) + (2x + 3y)i = (x^2 + y^2) + 0i \Rightarrow$$

$$3x + 2y + 18 = x^2 + y^2 \cap 2x + 3y = 0 \Rightarrow x = -1.5y \Rightarrow 3(-1.5y) + 2y + 18 = (-1.5y)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow 3.25y^2 + 2.5y - 18 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = -\frac{36}{13} \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = \frac{54}{13}$$

$$\text{מתקבלים הפתרונות: } -3 + 2i, \frac{54}{13} - \frac{36}{13}i$$

ב. (1) נמצא הצגה פרמטרית של המספר  $z_A = -3 + 2i$ :

$$R = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}, \tan\theta = -\frac{2}{3} \Rightarrow \theta = -33.69^\circ + 180^\circ k, 90^\circ < \theta < 180^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = 146.31^\circ \Rightarrow z_A = \sqrt{13} \cdot \text{cis}(146.31^\circ)$$

$$\text{נמצא הצגה פרמטרית של המספר } z_D = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - 5i):$$

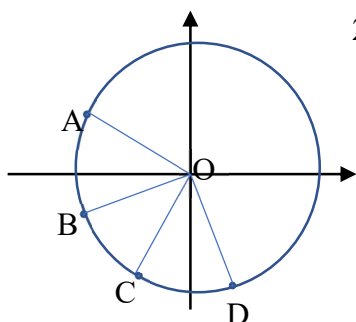
$$R = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{13}, \tan\theta = -5 \Rightarrow \theta = -78.69^\circ + 180^\circ k,$$

$$270^\circ < \theta < 360^\circ \Rightarrow \theta = 281.31^\circ \Rightarrow z_D = \sqrt{13} \cdot \text{cis}(281.31^\circ)$$

הזווית המרכזית  $\angle AOB$  המתאימה לזווית המרכזית הנוצרת בין כל שני קודקודים סמוכים של המצולע,

$$\angle AOD = 3 \cdot \frac{360^\circ}{n} = \frac{1080^\circ}{n}, \text{ לכן, } \frac{360^\circ}{n}$$

$$\angle AOD = 281.31^\circ - 146.31^\circ = 135^\circ$$



$$\frac{1080^\circ}{n} = 135^\circ \Rightarrow n = 8 \quad \text{מקבלים:}$$

$$AO = BO = \sqrt{13}, \angle AOB = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \Rightarrow (2)$$

$$8 \cdot \frac{13\sqrt{2}}{4} = 26\sqrt{2} \quad \text{שטח המצולע הוא} \Leftarrow S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{13})^2 \cdot \sin 45^\circ = \frac{13\sqrt{2}}{4}$$

ג. 1) פתרון המשוואה  $z^8 = a + bi$ . נסמן:  $a + bi = R\text{cis}\alpha$  ונקבל  $z^8 = R\text{cis}\alpha$   
המספר  $\sqrt{13} \cdot \text{cis}(281.31^\circ)$  הוא אחד מפתרונות המשוואה לכן מתקיים:

$$R\text{cis}\alpha = 28561\text{cis}(90.48^\circ) \Leftarrow \left[ \sqrt{13} \cdot \text{cis}(281.31^\circ) \right]^8 = R\text{cis}\alpha$$

$$z^8 = 28561\text{cis}(90.48^\circ) = -239.269 + 28559.998 \cdot i$$

(2)  $z_k$  הנו אחד מפתרונות המשוואה  $z^8 = 28561\text{cis}(90.48^\circ + 360^\circ k)$

$$\Rightarrow z_k = \sqrt[8]{28561}\text{cis}\left(\frac{90.48^\circ}{8} + 45^\circ k\right) \Rightarrow z_k = \sqrt{13}\text{cis}(11.31^\circ + 45^\circ k)$$

$$\Rightarrow z_{k+4} = \sqrt{13}\text{cis}[11.31^\circ + 45^\circ(k+4)] = \sqrt{13}\text{cis}[(11.31^\circ + 45^\circ k) + 180^\circ]$$

מקבלים: אם נסמן ב- P את הנקודה המתאימה למספר  $z_k$  ונסמן ב- Q את הנקודה המתאימה למספר  $z_{k+4}$  נקבל  $\angle POQ = 180^\circ$  ולכן הנקודות P ו-Q נמצאות על ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.

$$(3) \quad \Leftarrow z_{k+4} = r\text{cis}(\theta + 180^\circ) \Leftarrow z_k = r\text{cis}\theta = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$z_{k+4} = r[\cos(\theta + 180^\circ) + i\sin(\theta + 180^\circ)] = r(-\cos\theta - i\sin\theta)$$

$$\Rightarrow z_{k+4} = -r\text{cis}\theta$$

**פרק שני- גדילה ודעיכה, פונקציית חזקה, פונקציה מעריכית ולוגריתמית**

4. בשני כפרים הרריים התגלתה מגפה הפוגעת בעדרי הכבשים אך לא גורמת למותם. ביום מסוים, היה מספר הכבשים החולים בעדר של כפר ב' גדול פי 9 ממספרם בכפר א'. התברר שבכפר א' גדל מספר הכבשים החולים פי  $a$  מדי שבוע ובכפר ב' מספרם גדל פי  $b$  מדי שבוע. כעבור 4 שבועות אחרי הספירה הראשונה היה מספר הכבשים החולים בכפר ב' גדול פי  $1\frac{7}{9}$  ממספרם בכפר א'.

א. הראה כי  $b = \frac{2}{3}a$ .

- ב. כעבור כמה שבועות מן הספירה הראשונה היה אותו מספר כבשים חולים בשני הכפרים?  
ג. הסתבר שמספר הכבשים החולים בכפר א' גדל פי 2 תוך 1.2 שבועות. פי כמה גדל מספר הכבשים החולים מדי שבוע בכפר א' ? (עגל תוצאה לספרה אחת אחרי הנקודה העשרונית).  
ד. ביום בו החל המעקב אחר התפשטות המגפה היו  $k$  כבשים חולים בכפר א'. הפונקציה  $f(x)$  מתארת את מספר הכבשים החולים בכפר א' והפונקציה  $g(x)$  מתארת את מספר הכבשים החולים בכפר ב' לפי הזמן  $x$  שנמדד מרגע המדידה הראשונה.  
(1) רשום באמצעות  $k$  את הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .  
(2) עדר הכבשים בכפר א' מונה 1785 כבשים ועדר הכבשים בכפר ב' מונה 690 כבשים. התברר שכעבור 10 שבועות, כל הכבשים בכפר א' היו חולים. תוך כמה זמן יחלו כל הכבשים בעדר של כפר ב' ?  
(3) סרטט, באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  בתחום  $0 \leq x \leq 15$

פתרון:

א. המגפה מתפשטת בקרב הכבשים בצורה מעריכית, לכן:

$M_0$	$q$	$t$ (שבועות)	$M_t$	
$M_0$	$a$	4	$M_0 \cdot a^4$	כפר א'
$9M_0$	$b$	4	$9M_0 \cdot b^4$	כפר ב'

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^4 = \frac{16}{81} \Leftrightarrow \frac{16}{9} a^4 = 9 \cdot b^4 \Leftrightarrow 1\frac{7}{9} \cdot M_0 \cdot a^4 = 9M_0 \cdot b^4$$

מקבלים:  $b = \frac{2}{3}a$ .

א.  $M_0 \cdot a^t = 9M_0 \cdot \left(\frac{2}{3}a\right)^t \Rightarrow a^t = 9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot a^t \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{1}{9} \Rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{1}{9}\right)}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)} = 5.4$  **שבועות**

ב.  $M_0 \cdot a^{1.2} = 2M_0 \Rightarrow a^{1.2} = 2 \Rightarrow a = \sqrt[1.2]{2} \Rightarrow a = 1.8$

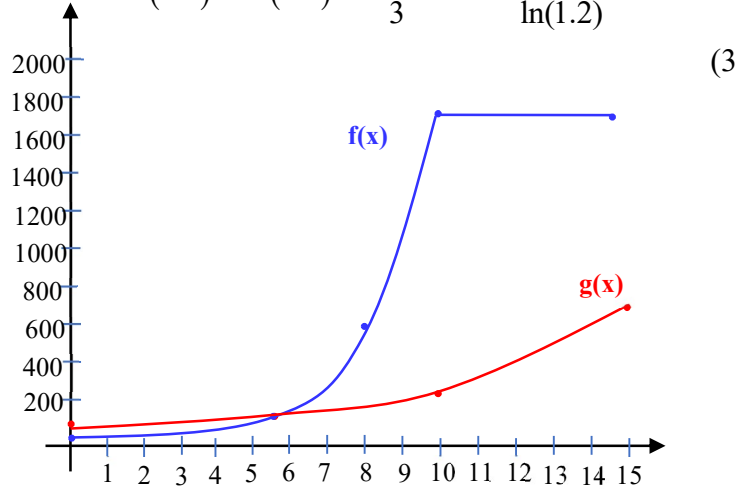
ג. (1)  $a = 1.8 \Rightarrow b = \frac{2}{3} \cdot 1.8 = 1.2$  מקבלים:



$$f(x) = k \cdot (1.8)^x, \quad g(x) = 9k \cdot (1.2)^x$$

$$1785 = k \cdot (1.8)^{10} \Rightarrow 1785 = 357k \Rightarrow k = 5 \Rightarrow 9k = 45 \Rightarrow (2)$$

$$690 = 45 \cdot (1.2)^x \Rightarrow (1.2)^x = \frac{46}{3} \Rightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{46}{3}\right)}{\ln(1.2)} \approx 15$$



5. הפונקציה  $f(x)$  משיקה לציר ה- $x$ . נתונה הנגזרת של הפונקציה:  $f'(x) = \frac{2x - 10}{x^2 - 10x + 26}$ .

א. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ב. הקור את הפונקציה ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. נתון:  $g(x) = f(x+5)$ .

(1) הראה שהפונקציה  $g(x)$  זוגית.

(2) האם הפונקציה  $f(x)$  סימטרית ביחס לישר  $x = 5$ ? נמק.

(3) השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$  והישר  $x = 10$  הוא  $S$ .

הבע בעזרת  $S$  את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $g(x)$ , ציר ה- $x$ , הישר  $x = 5$

והישר  $x = -5$ .

ה. (1) נתונה פונקציה נוספת:  $h(x) = \ln(5.2x^2 + 5.2)$ . הפונקציה  $h(x)$  מקיימת:

$h(x) = g(x) + c$ . מצא את  $c$ .

(2) נגדיר פונקציה נוספת:  $k(x) = e^{h(x) - g(x)}$ . חשב את השטח המוגבל בין גרף

הפונקציה  $k(x)$ , ציר  $x$ , הישר  $x = 6$  והישר  $x = 10$ .

פתרון:

א.  $f(x) = \int \frac{2x - 10}{x^2 - 10x + 26} dx = \ln|x^2 - 10x + 26| + c$ . לכל ערך של  $x$ ,

לכן  $f(x) = \ln(x^2 - 10x + 26) + c$ . גרף הפונקציה משיק לציר ה- $x$ , לכן, בנקודה שבה

$f'(x) = 0$  ערך הפונקציה הוא 0. מקבלים:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x - 10}{x^2 - 10x + 26} = 0 \Rightarrow 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow f(5) = 0$$

לכן  $0 = \ln(1) + c \Rightarrow c = 0 \Rightarrow f(x) = \ln(x^2 - 10x + 26)$

ב. (1)  $x^2 - 10x + 26 > 0$  לכל ערך של  $x$ , לכן, הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל ערך של  $x$ .

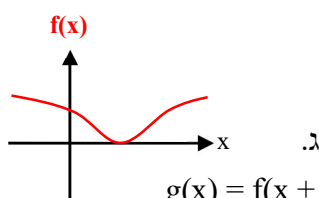
(2)  $f(0) = \ln(26) \Rightarrow (0; \ln 26)$ ,  $1 = x^2 - 10x + 26 \Leftrightarrow 0 = \ln(x^2 - 10x + 26)$

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow (5; 0)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow (5; 0) \quad (3)$$

$x$	$x <$	5	$< x$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$

מקבלים: נקודת מינימום  $(5; 0)$



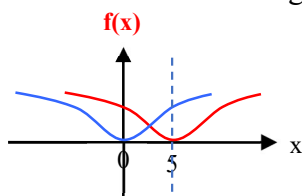
$$g(x) = f(x+5) = \ln[(x+5)^2 - 10(x+5) + 26] \Rightarrow g(x) = \ln(x^2 + 1) \quad (1)$$

הפונקציה זוגית  $g(-x) = \ln((-x)^2 + 1) = \ln(x^2 + 1) = g(x) \Rightarrow$

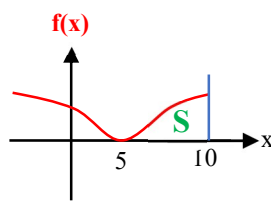
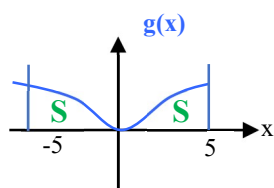
(2)  $g(x)$  זוגית ולכן היא סימטרית ביחס לציר ה- $y$ .

הפונקציה  $g(x)$  היא הזזה אופקית של הפונקציה  $f(x)$

5 יחידות שמאלה, לכן, גרף הפונקציה  $f(x)$  סימטרי



ביחס לישר  $x = 5$ .



(3) השטח המוגבל בין גרף

הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$

והישר  $x = 10$  שווה

לשטח המוגבל בין גרף

הפונקציה  $g(x)$ , ציר ה- $x$

והישר  $x = 5$  (הזזת השטח 5 יחידות שמאלה). הפונקציה  $g(x)$  זוגית, לכן, השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- $x$  והישר  $x = 5$  שווה לשטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $g(x)$ , ציר ה- $x$  והישר  $x = -5$ . לכן, השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $g(x)$ , ציר ה- $x$ , הישר  $x = 5$  והישר  $x = -5$  הוא  $2S$ .

$$h(x) = \ln(5.2x^2 + 5.2) = \ln[5.2(x^2 + 1)] = \ln 5.2 + \ln(x^2 + 1) \Rightarrow (1)$$

$$h(x) = g(x) + \ln(5.2) \Rightarrow c = \ln(5.2)$$

$$k(x) = e^{h(x) - g(x)} = e^{g(x) + \ln(5.2) - g(x)} = e^{\ln(5.2)} = 5.2 \quad (2)$$

$$S = 4 \cdot 5.2 = 20.8 \quad \text{מתקבל שטח של מלבן :}$$

