

**מבחן מס' 1****פרק א- סדרות וטריגונומטריה במרחב****סדרות**

1. סדרה מוגדרת על-ידי הכלל:  $a_{n+1} = a_n + 14$ ,  $a_1 = 4$  לכל  $n$  טבעי.  
 א. הראה שהסדרה היא סדרה חשבונית ומצא את הפרש הסדרה.  
 ב. בסדרה זו  $n$  איברים. סכום כל אברי הסדרה הוא 8470. מצא את  $n$ .  
 ג. מהסדרה הנתונה לקחו כל איבר הנמצא במקום אי-זוגי והתקבלה סדרה חשבונית חדשה:

$$a_1, a_3, a_5, \dots, a_n$$

- 1) מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.  
 2) חשב את סכום הסדרה החדשה.  
 3) חלק מאברי הסדרה המקורית מתחלקים ב-3.  
 כמה איברים בסדרה המקורית מתחלקים ב-3?

**טריגונומטריה במרחב**

2. נתונה פירמידה ישרה  $SABCD$  שבסיסה מלבן  $ABCD$  (ראה ציור).

נתון:  $BC = 12$  ס"מ,  $\angle ACB = 36^\circ$ ,  $\angle BSC = 40^\circ$ .

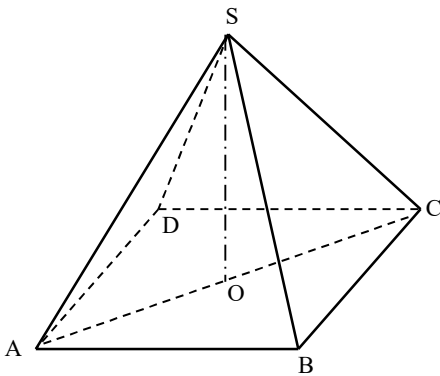
- א. 1) מצא את גודל הזווית בין מקצוע צדדי לבין בסיס הפירמידה.

2) חשב את הזווית  $\angle ASC$ .

3) חשב את הזווית  $\angle ASB$ .

- ב. 1) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.

2) חשב את נפח הפירמידה.



**פרק ב- בעיות גדילה ודעיכה, חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 \sin x + \sin 2x$  בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

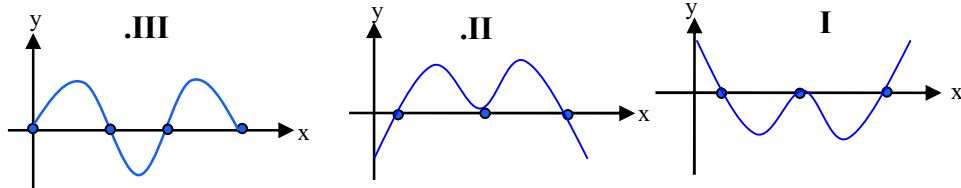
א. מצא את נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

2) מצא את כל הנקודות בתחום עבורן  $f'(x) = 0$ .

3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון ומצא את סוגן.

4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. איזה מן הגרפים הבאים מתאים להיות הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ? נמק.



ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + k$ ,  $k \neq 0$ . מצא את ערכי  $k$  עבורם גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה- $x$ .

4. הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת לכל ערך של  $x$ . הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  היא  $f'(x) = 2e^{2x} - e^x$ .

א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

2) ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא  $-2.25$ . מצא את  $f(x)$ .

3) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = -f(x)$ .

1) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.

2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ .

3) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה  $f(x)$ , גרף הפונקציה  $g(x)$  וציר ה- $y$ .

5. בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  של הפונקציה  $f(x)$ .

א. קבע, על פי הציור, כמה משיקים לגרף הפונקציה  $f(x)$  מקבילים לציר ה- $x$ ? נמק.

ב. נתון כי הפונקציה  $f(x)$  היא  $f(x) = \ln(x^2 e^{2x+3} + e)$ .

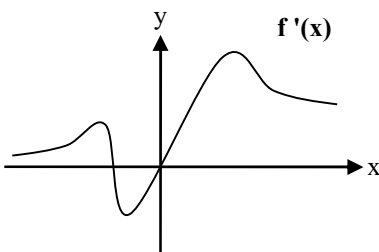
1) הראה שהפונקציה מוגדרת לכל ערך של  $x$ .

2) מצא את נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

עם ציר ה- $x$ .

3) חשב את השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  וציר ה- $x$ .

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .



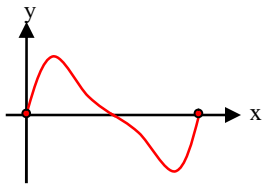
**בהצלחה!**

**תשובות**

1. א.  $d = 14$  ב.  $n = 35$  ג.  $18$  (2) 4356 ד. 12

2. א.  $64.99^\circ$  (1)  $50.02^\circ$  (2)  $28.78^\circ$  (3) ב.  $345.9$  סמ"ר (1)  $554.2$  סמ"ק (2)

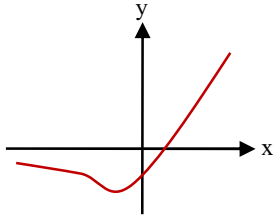
3. א. (1)  $(0;0)$ ,  $(\pi;0)$ ,  $(2\pi;0)$  (2)  $(\frac{\pi}{3}; \frac{3\sqrt{3}}{2})$ ,  $(\pi;0)$ ,  $(\frac{5\pi}{3}; -\frac{3\sqrt{3}}{2})$



(3)  $(0;0)$  מינימום,  $(\frac{\pi}{3}; \frac{3\sqrt{3}}{2})$  מקסימום,

(4)  $(\frac{5\pi}{3}; -\frac{3\sqrt{3}}{2})$  מינימום,  $(2\pi;0)$  מקסימום

ב. גרף I. ג.  $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  ו  $k = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$



4. א. (1)  $x = \ln 0.5$  נקודת מינימום (2)  $f(x) = e^{2x} - e^x - 2$

(4) (3)  $(\ln 2; 0)$ ,  $(0; -2)$

ב. (1)  $(0; 2)$ ,  $(\ln 2; 0)$  (2) נקודת מקסימום  $(\ln 0.5; 2.25)$

(3) 1.77

5. א. שניים ב.  $(0;0)$ ,  $(-1;0)$  (3) 0.693

ג. מקסימום  $(-1; 1.693)$ , מינימום  $(0; 1)$

תחומי עלייה:  $x < -1$ ,  $x > 0$ ; תחום ירידה:  $-1 < x < 0$

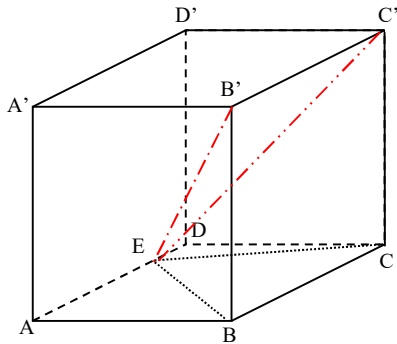
## מבחן מס' 2

### פרק א- סדרות וטריגונומטריה במרחב

#### סדרות

1. נתונה סדרה הנדסית של שמונה איברים חיוביים. סכום ששת האיברים הראשונים קטן פי ארבעה מסכום ששת האיברים האחרונים.
- א. מצא את מנת הסדרה.
- ב. אם נוסף 2 לאיבר השלישי, נחסר 4 מן האיבר חמישי ונחסר 40 מן האיבר השביעי, הרי ששלושת המספרים שמתקבלים יוצרים סדרה הנדסית חדשה.
- (1 מצא את האיבר הראשון של הסדרה המקורית.
- (2 מצא את המנה של הסדרה ההנדסית החדשה.

#### טריגונומטריה במרחב



2. נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה מלבן.
- הנקודה E נמצאת על המקצוע AD כך ש-  $BE \perp CE$ .
- נתון:  $BC = 16$  ס"מ,  $\angle EBC = 40^\circ$ .
- א. (1 חשב את אורך הקטע EB.
- (2 חשב את אורך המקצוע AB.
- ב. אורך אלכסון הפאה  $BCC'B'$  הוא 32 ס"מ.
- (1 חשב את נפח התיבה  $ABCD A'B'C'D'$ .
- (2 חשב את הזווית שיוצר הקטע B'E עם בסיס התיבה.
- (3 חשב את הזווית שיוצר הקטע C'E עם בסיס התיבה.

### פרק ב- בעיות גדילה ודעיכה, חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

3. נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sin(2x) - 1$  בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .
- א. (1 מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x.
- (2 מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון.
- (3 סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
- (4 כמה פתרונות יש למשוואה  $f(x) = -3.2$ ? נמק.
- ב. הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת גם בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  ומקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .
- (1 מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  בתחום הנתון.
- (2 מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבע את סוגן.
- (3 נתון:  $g(0) = -1$ ,  $g(\pi) = -4.14$ . גרף הפונקציה  $g(x)$  אינו חותך את ציר ה- x. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

4. בשמורת טבע גדולה נערך מעקב אחר שני סוגים של ציפורים המקננות בשמורה. התברר שמספר הציפורים משני הסוגים משתנה בקצב קבוע.

במדידה הראשונה, מספר הציפורים מסוג I היה גדול פי 5 ממספר הציפורים מסוג II. כעבור שנה, ירד מספר הציפורים מסוג I ב-20%. במדידה שנערכה שנתיים לאחר המדידה הראשונה, התברר שמספר הציפורים מסוג I גדול פי 2.048 ממספר הציפורים מסוג II.

א. (1) מצא את קצב הדעיכה של מספר הציפורים מסוג I בשמורה.

(2) מצא את קצב השינוי של הציפורים מסוג II בשמורה.

(3) האם הציפורים מסוג II מתרבות או נכחדות?

ב. נתונות הפונקציות  $f(x) = 120 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^x$  ו-  $g(x) = 600 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{-x}$  בתחום  $x \geq 0$ .

(1) מצא לכל אחת מן הפונקציות, את נקודות החיתוך שלה עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).

(3) סרטט, באותה מערכת צירים, את הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ .

ג. אחת הפונקציות מתארת את מספר הציפורים מסוג I בשמורה כפונקציה של הזמן  $x$ , והשנייה

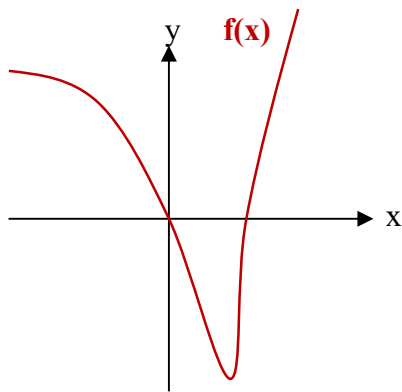
מתארת את מספר הציפורים מסוג II בשמורה כפונקציה של הזמן  $x$ .

(1) איזו פונקציה מתארת את תהליך השינוי של מספר הציפורים מסוג II? נמק.

(2) מצא את  $f(2)$  ו-  $g(2)$  ובדוק האם התוצאה תואמת את הנתונים.

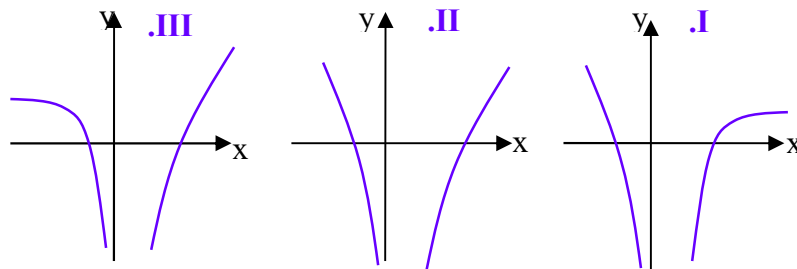
(3) האם, בזמן כלשהו לאחר המדידה הראשונה, היה מספר הציפורים מסוג I שווה למספר

הציפורים מסוג II? אם כן, כעבור כמה זמן?



5. א. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = e^{2x} - 9e^x + 8$  המוגדרת לכל  $x$ .  
 (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 (2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = \ln[f(x)]$ .

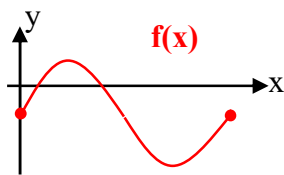
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (2) מצא את האסימפטוטות לגרף הפונקציה  $g(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .  
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (4) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הישר  $y = \ln 18$ .  
 (5) איזה מן הגרפים הבאים מתאים לתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ ? נמק.



תשובות

1. א. 2 ב. 1 (2) 2

2. א. 12.257 ס"מ (2) 7.879 ס"מ (1) ב. 3493.588 סמ"ק (2) 66.14° (3) 69.64°



3. א. 1)  $(\frac{5\pi}{12}; 0)$ ,  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  (2)  $(0; -1)$  מינימום,

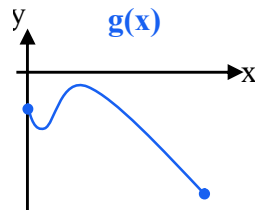
3)  $(\frac{\pi}{4}; 1)$  מקסימום,  $(\frac{3\pi}{4}; -3)$  מינימום,  $(\pi; -1)$  מקסימום

(4) אין פתרון כי הערך המינימלי של הפונקציה הוא -3

ב. 1) תחום עלייה:  $\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ , תחומי ירידה:  $0 < x < \frac{\pi}{12}$ ,  $\frac{5\pi}{12} < x < \pi$

2)  $x = 0$  מקסימום,  $x = \frac{\pi}{12}$  מינימום,

3)  $x = \frac{5\pi}{12}$  מקסימום,  $x = \pi$  מינימום



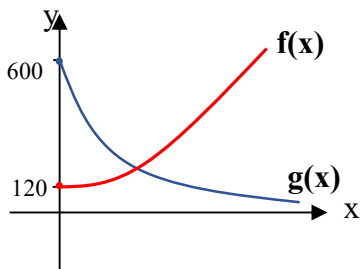
4. א. 1) 0.8 (2) 1.25 (3) מתרבות ב. 1)  $(0; 120)$  :  $f(x)$ ,  $(0; 600)$  :  $g(x)$

2)  $f(x)$  : תחום עלייה  $x \geq 0$ , תחום ירידה : אין ;

3)  $g(x)$  : תחום עלייה: אין, תחום ירידה:  $x \geq 0$ .

ג. 1)  $f(x)$  (2) כן :  $g(2) = 2.048 \cdot f(2)$ .

3) כן, כעבור 3.61 שנים אחרי המדידה הראשונה



5. א. 1)  $(\ln 8; 0)$ ,  $(0; 0)$  (2) תחום החיוביות:  $x < 0, x > \ln 8$  ;

תחום השליליות:  $0 < x < \ln 8$  (1) ב.  $x < 0, x > \ln 8$  (2)  $x = 0, x = \ln 8$

3) תחום העלייה:  $x > \ln 8$ , תחום הירידה:  $x < 0$  (4)  $(\ln 10; \ln 18)$  (5) גרף III