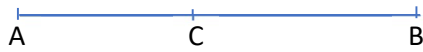


מבחן מתכונת מס' 1

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות



1. אופיר יצא בשעה 8:00 מיישוב A ורכב על אופניים

במהירות קבועה לעבר יישוב B. שלי יצאה גם היא

מיישוב A בשעה 8:15 ורכבה על אופניים לעבר נקודה B באותה דרך בה רכב אופיר. מהירות

הרכיבה של שלי הייתה גבוהה ב- 1 קמ"ש ממהירות הרכיבה של אופיר.

אופיר נאלץ לעצור עקב תקלה בתחנת דלק הנמצאת בנקודה C במרחק 30 ק"מ מיישוב A.

כאשר אופיר הגיע לנקודה C, שלי הייתה במרחק 28 ק"מ מיישוב A.

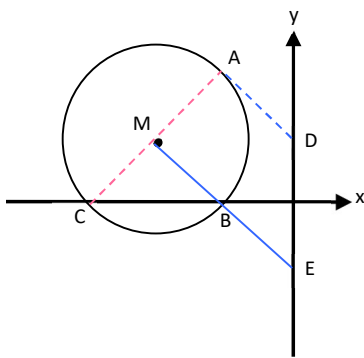
א. מצא את מהירות הרכיבה של אופיר ושל שלי.

ב. אופיר התעכב למשך 45 דקות בתחנת הדלק ואחר-כך המשיך לרכב לעבר יישוב B במהירות

הגבוהה ב- 5 קמ"ש מן המהירות בה רכב עד לנקודה C.

באיזה מרחק מנקודה A השיג אופיר את שלי?

ג. שלי הגיעה ליישוב B חצי שעה אחרי אופיר. מצא את המרחק בין היישובים A ו-B.

2. נתון מעגל שמרכזו בנקודה $M(-6;3)$. הנקודה B נמצאת על המעגל.המשך הקטע MB חותך את ציר ה-y בנקודה $E(0;-3)$ (ראה ציור).נתון: $MB = BE$.

א. הראה שהנקודה B נמצאת על ציר ה-x.

2) מצא את משוואת המעגל M.

3) מצא את שיעורי הנקודה C, נקודת החיתוך השנייה של

המעגל עם ציר ה-x.

4) חשב את שטח המשולש BCE.

ב. 1) AC הוא קוטר במעגל M. בנקודה A מעבירים ישר

המקביל לקטע ME. ישר זה חותך את ציר ה-y בנקודה D.

מצא את שיעורי הנקודה D.

2) דרך הנקודה C מעבירים ישר נוסף המקביל לקטע ME.

ישר זה חותך את ציר ה-y בנקודה F. האם הנקודה E היא אמצע הקטע DF? נמק.

3. בסקר שנערך בקרב תלמידי כיתות י"א וי"ב במהלך חופשת האביב, מספר התלמידים שלמדו מתמטיקה במהלך החופשה היה גדול פי 4 ממספר התלמידים שלא למדו מתמטיקה. 70% מן הנשאלים טיילו בארץ במהלך החופשה. 75% מן התלמידים שלא למדו מתמטיקה במהלך החופשה, טיילו בארץ.

א. בוחרים באקראי תלמיד שהשתתף בסקר.

(1) מה ההסתברות שהתלמיד למד מתמטיקה במהלך החופשה?

(2) ידוע שהתלמיד שנבחר למד מתמטיקה בחופשה. מה ההסתברות שהוא טייל בארץ?

ב. 64 מן התלמידים שהשתתפו בסקר לא למדו מתמטיקה במהלך החופשה.

(1) כמה מבין תלמידים אלה טיילו בארץ?

(2) נבחר 2 תלמידים שלא למדו מתמטיקה במהלך החופשה. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם

טייל בארץ?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. מעגל אחד שמרכזו O ומעגל אחר שמרכזו M

נחתכים בנקודות C ו-D (ראה ציור). AC הוא קוטר

במעגל O ו-BC קוטר במעגל M. הקטע AB עובר

דרך הנקודה D. נתון: $AC \perp BC$.

א. הוכח: $CD \perp AB$.

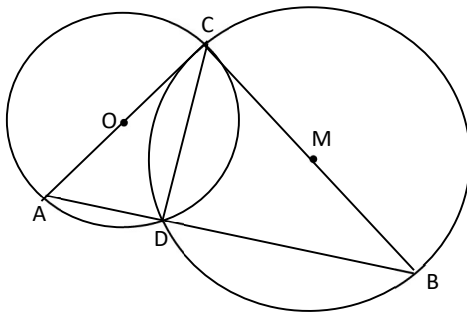
ב. (1) הוכח: $\triangle ADC \sim \triangle CDB$.

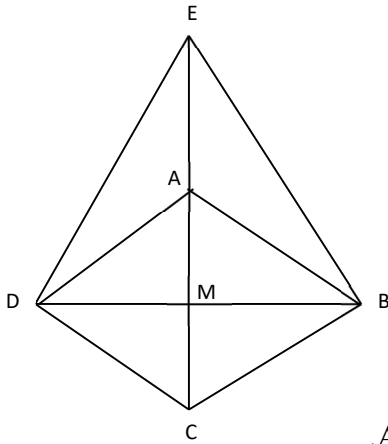
(2) הוכח: $CD^2 = AD \cdot BD$.

ג. נתון: $AD = 6$ ס"מ, $DB = 13.5$ ס"מ.

(1) הראה כי אורך קוטר המעגל O הוא $\sqrt{117}$ ס"מ.

(2) חשב את אורך קטע המרכזים OM.



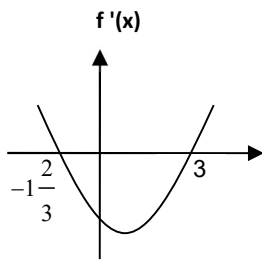


5. נתון מעוין ABCD. הנקודה M היא מפגש אלכסוני המעוין.
 הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון AC מעבר לנקודה A.
 חיברו את הנקודה E עם הנקודות B ו-D (ראה ציור).
 נתון: $\frac{AC}{DB} = 0.7002$, $\angle ABM = \alpha$, $\angle BED = 2\alpha$.
 א. האם $ED = EB$? נמק. (1)
 חשב את α . (2)
 ב. נתון: $EB = 12$.
 חשב את אלכסוני המעוין ABCD. (1)
 חשב את היחס בין שטח המשולש EDB ושטח המעוין ABCD. (2)
 ג. המשך הקטע DA חותך את הקטע EB בנקודה K.
 חשב את זוויות המשולש AKB. (1)
 חשב את אורך הקטע AK. (2)
 חשב את אורך הקטע MK. (3)

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרציה של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x + a}$. הישר $x = 3$ הוא אסימפטוטה לגרף הפונקציה.
 א. מצא את a .
 ב. הצב $a = -6$ ומצא:
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) אסימפטוטות מאונכות לצירים.
 (3) נקודות חיתוך עם הצירים.
 (4) תחומי עלייה וירידה (אם יש כאלה).
 ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ חיובית.
 ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
 מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.



7. לפניך הגרף של הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל ערך של x :

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודות

$$\text{בהן } x = 3 \text{ ו- } x = -1\frac{2}{3}.$$

א. (1) היכן עולה הפונקציה $f(x)$ והיכן היא יורדת ?

(2) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של

הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. נתון : $f(-1\frac{2}{3}) = 14\frac{22}{27}$, השטח המוגבל בין גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

וציר ה- x הוא $50\frac{22}{27}$. מצא $f(3)$.

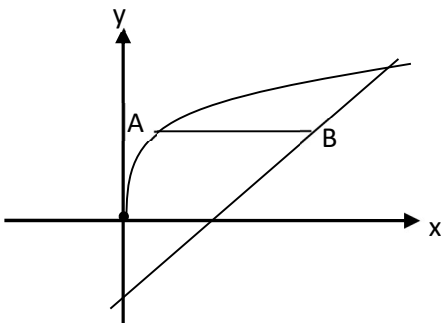
ג. נתון גם : $f'(x) = 3x^2 - 4x - 15$.

(1) הראה כי $f(x) = x^3 - 2x^2 - 15x$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$ וציר ה- x בתחום $x \geq 0$.



8. נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הנקודה B נמצאת על הישר $y = x - 3$ (ראה ציור).

(1) מצא את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x .

(2) מצא את נקודת החיתוך של הישר עם הפונקציה $f(x)$.

ג. הקטע AB מקביל לציר ה- x .

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

(1) הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B.

(2) מצא את הערך של t עבורו אורך הקטע AB מקסימלי.

(3) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

ד. מורידים אנכים לציר ה- x מן נקודות A ו-B.

מצא את שטח המלבן הנוצר כאשר הקטע AB מקסימלי.

בהצלחה!

תשובות

1. א. אופיר: 15 קמ"ש, שלי: 16 קמ"ש ב. 80 ק"מ ג. 120 ק"מ

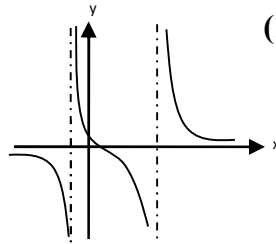
2. א. 2 $(x+6)^2 + (y-3)^2 = 18$ (3) C(-9;0) (4) 9 ב. 1 D(0;3) (2) כן

3. א. 1 0.8 (2) 0.6875 ב. 1 48 תלמידים (2) $\frac{8}{21}$

4. ג. 2 9.75 ס"מ

5. א. 1 כן (2) $\alpha = 35^\circ$ ב. 1 AC = 9.64 , DB = 13.76 (2) 1.02
ג. 1 $\angle ABK = 20^\circ$, $\angle KAB = 70^\circ$, $\angle AKB = 90^\circ$ (2) AK = 2.87
3 MK = 6.88

6. א. -6 ב. 1 $x \neq 3, x \neq -2$ (2) $x = 3, x = -2, y = 0$ (3) $(\frac{1}{2}; 0)$, $(0; \frac{1}{6})$



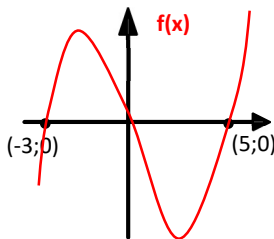
4 הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה ג. 1

2 $-2 < x < \frac{1}{2}$, $x > 3$

ד. $x = \frac{1}{2}$, מקסימום

7. א. 1 תחומי העלייה: $x < -1\frac{2}{3}$, $x > 3$. תחום הירידה: $-1\frac{2}{3} < x < 3$

2 $x = -1\frac{2}{3}$ מקסימום , $x = 3$ מינימום ב. $f(3) = -36$



ב. מינימום: $x = 3$, מקסימום: $x = -1$

ג. 2 $(-3;0)$, $(0;0)$, $(5;0)$ (3)

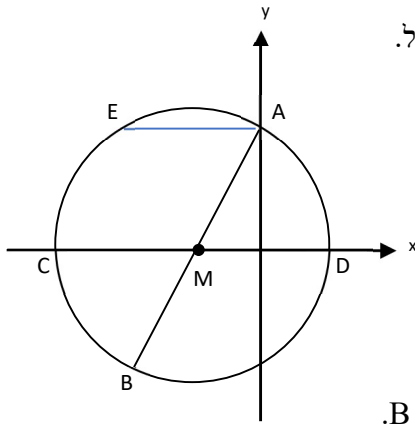
4 $114\frac{7}{12}$

8. א. $x \geq 0$ ב. 1 $(3;0)$ (2) $(9;6)$ ג. 1 $B(2\sqrt{t}+3; 2\sqrt{t})$ (2) $t = 1$ (3) 4 ד. 8

מבחן מתכונת מס' 2

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות

1. שני הולכי רגל, רונן ועודד, יצאו להליכה לאורך מסלול המחבר בין המקומות A ו-B שאורכו 12 ק"מ. רונן יצא ממקום A ועודד יצא ממקום B. שני ההולכים צעדו במהירות קבועה. מהירות ההליכה של רונן הייתה גבוהה ב-1.2 קמ"ש ממהירות ההליכה של עודד. זמן ההליכה של עודד עד למקום A היה ארוך בחצי שעה מן הזמן בו סיים רונן את ההליכה עד למקום B.
- א. מצא את מהירות ההליכה של רונן ושל עודד.
- ב. רונן יצא ממקום A בשעה 9:00 ועודד יצא בשעה 9:30. הם חלפו זה על פני זה במקום C.
- (1 באיזו שעה הם הגיעו למקום C?
- (2 באיזה מרחק ממקום A נפגשו רונן ועודד?
- ג. רונן הגיע למקום B והחל מייד לחזור לעבר מקום A באותה מהירות בה הלך קודם. באיזו שעה הוא הגיע שוב למקום C?



2. נתון מעגל שמרכזו M נמצא על ציר ה-x. AB קוטר במעגל. נתון: $AB = 26$ ומשוואת הישר עליו נמצא הקוטר AB היא $y = \frac{12}{5}x + 12$.
- א. מצא את משוואת המעגל.
- (2 מצא את שיעורי נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x (הנקודות C ו-D בציר).
- ב. הנקודה A נמצאת על ציר ה-y. מצא את שיעורי הנקודה B.
- ג. דרך הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה-x. הישר חותך את המעגל בנקודה E.
- (1 מצא את שיעורי הנקודה E.
- (2 הראה שהקטע EB מאונך לציר ה-x.
- (3 חשב את ההיקף ואת השטח של המשולש AEB.
- (4 דרך הנקודה E מעבירים ישר המאונך לקוטר AB. הישר חותך את ציר ה-x בנקודה F. חשב את שטח המרובע EAFM.

3. חלק מתלמידי שכבת י"א בבית ספר תיכון גדול כלשהו, לומדים במגמת מחשבים. אם בוחרים באקראי שני תלמידים בשכבת י"א באותו בית-ספר, ההסתברות ששניהם לומדים במגמת מחשבים היא 0.04. מספר הבנים הלומדים בשכבת י"א בבית הספר גדול פי $1\frac{2}{9}$ ממספר הבנות בשכבה.

א. (1) בוחרים באקראי תלמיד או תלמידה הלומדים בשכבת י"א באותו בית ספר. מה ההסתברות שמי שנבחר לומד במגמת מחשבים?

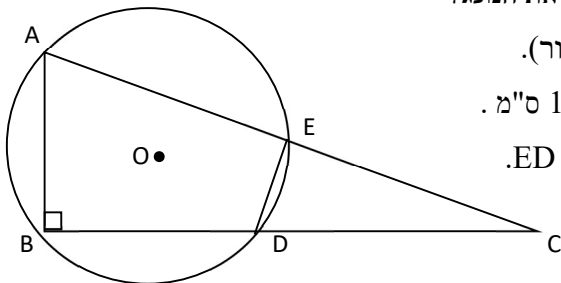
(2) מהו אחוז הבנים בקרב תלמידי שכבת י"א בבית הספר?

ב. $\frac{8}{45}$ מבין הבנות בשכבת י"א בבית הספר לומדות במגמת מחשבים.

(1) בוחרים באקראי תלמיד משכבת י"א (בן או בת). מה ההסתברות שנבחרה בת שלומדת במגמת מחשבים?

(2) בוחרים באקראי בת שלומדת בשכבת י"א. מה ההסתברות שהיא לא לומדת במגמת מחשבים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. מנקודה C יוצאים שני חותכים למעגל O. האחד חותך את המעגל

בנקודות E ו-A ואילו השני, בנקודות D ו-B (ראה ציור).

המיתר AB מאונך ל-BC. אורך רדיוס המעגל הוא 10 ס"מ.

נתון: $AB = 12$ ס"מ, $AC = 36$ ס"מ, $ED = 5.98$ ס"מ.

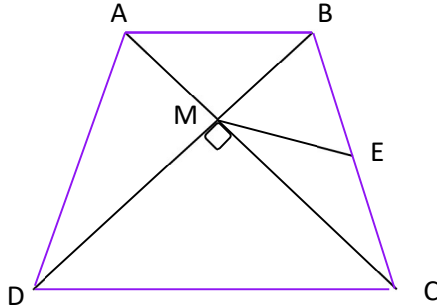
א. הוכח: $\triangle CBA \sim \triangle CED$.

ב. חשב את אורך הקטע DC.

ג. (1) חשב את רדיוס המעגל O.

(2) הנקודה M היא מפגש התיכונים במשולש ABD. חשב את אורך הקטע BM.

5. ABCD טרפז שווה שוקיים ($AB \parallel CD, AD=BC$)



שאלכסוניו מאונכים זה לזה.

נתון: $DC = 8\sqrt{2}$ ס"מ, $\angle ACB = \beta$.

E אמצע השוק BC.

א. (1) חשב את גודל הזווית $\angle BDC$.

(2) הבע באמצעות β את אורך הקטע ME.

(3) הבע באמצעות β את אורך הקטע DB.

ב. נתון: $\frac{MB}{MC} = 0.7$.

(1) חשב את β .

(2) חשב את אורך הקטע DE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש

6. נתונות הפונקציות: $f(x) = -x^2 + 8x - 7$ ו- $g(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 7}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.

(2) מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא לכל אחת מן הפונקציות את תחומי העלייה, את תחומי הירידה, את שיעורי נקודות הקיצון וקבע ואת סוגן.

(4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

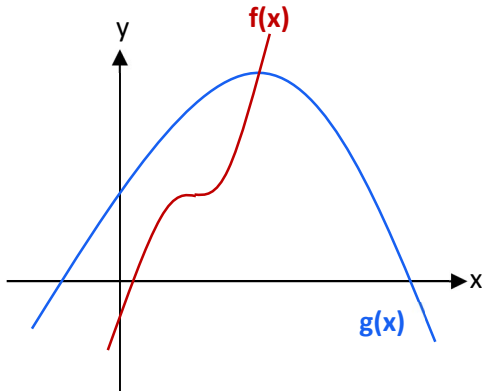
ב. הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ הן הנגזרות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה.

(1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$.

(2) באיזו נקודה חותך הגרף של כל אחת מן הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ את ציר ה- x ?

(3) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של כל אחת מן הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$.

(4) סרטט את הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$.



7. בציור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = (2x - 2)^3 + c \quad \text{ו-} \quad g(x) = -2x^2 + 8x + 6$$

המוגדרות לכל ערך של x . c הוא פרמטר.

גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך נקודת

המקסימום של הפונקציה $g(x)$.

א. (1) מצא את c .

(2) מצא נקודה P על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה

המשיק לגרף הפונקציה מקביל לציר ה- x .

(3) האם הנקודה P היא נקודת קיצון של הפונקציה?

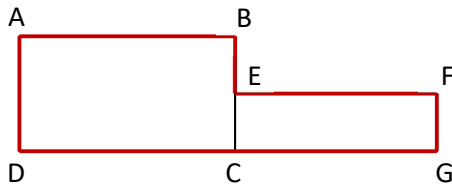
(4) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה P .

(5) המשיק שמצאת סעיף הקודם חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות A ו- B .

מצא את שיעורי הנקודות A ו- B (משמאל ל- B).

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ מחלק את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ והישר AB לשני שטחים

S_1 ו- S_2 . חשב את השטחים S_1 ו- S_2 .



8. נתון מלבן $ABCD$ ששטחו 72 סמ"ר. הנקודה E

היא אמצע הצלע BC . $EFGC$ הוא מלבן שאורכו

שווה לאורך המלבן הנתון: $DC = CG$ (ראה ציור).

א. מה צריך להיות אורך הצלע AD , כדי שהיקף

המצולע $ABEFGD$ (המודגש בציור) יהיה מינימלי?

ב. האם יתכן שהיקף המצולע $ABEFGD$ הוא 40 ס"מ? נמק.

בהצלחה!

תשובות

1. א. רונן: 6 קמ"ש, עודד: 4.8 קמ"ש ב. 1 בשעה 10:20 2) 8 ק"מ ג. בשעה 11:40

2. א. 1) $(x+5)^2 + y^2 = 169$ B(-10;-12) ב. C(-18;0), D(8;0) 2) ההיקף: 60, השטח: 120 3) E(-10;12) 4) 202.8

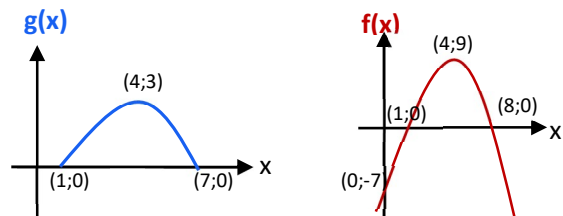
3. א. 1) 0.2 2) 55% ב. 1) 0.08 2) $\frac{37}{45} \approx 0.82$

4. א. 1) 17.94 ס"מ ג. 1) 10 ס"מ 2) $6\frac{2}{3}$ ס"מ

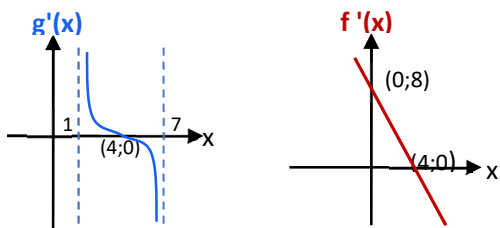
5. א. 1) 45° 2) $ME = \frac{4}{\cos\beta}$ 3) $DB = \frac{8\sqrt{2}\sin(45^\circ + \beta)}{\cos\beta}$ או $DB = 8(1 + \tan\beta)$

ב. 1) $\beta = 34.99^\circ$ 2) 11.52 ס"מ

6. א. 1) $f(x)$: כל x ; $g(x)$: $1 \leq x \leq 7$ 2) $f(x)$: (0;-7), (7;0), (1;0) ; $g(x)$: (7;0), (1;0) 3) $f(x)$: תחום עלייה: $x < 4$, תחום ירידה: $x > 4$; $g(x)$: תחום עלייה: $1 < x < 4$, תחום ירידה: $4 < x < 7$; נקודת מקסימום (4;9) ; נקודת מינימום (1;0), נקודת מינימום (4;3), נקודת מינימום (7;0)



ב. 1) $f'(x)$: כל x ; $g'(x)$: $1 < x < 7$ 2) $f'(x)$: (4;0) ; $g'(x)$: (4;0)



3) $f'(x)$: תחום החיוביות: $x < 4$, תחום השליליות: $x > 4$; $g'(x)$: תחום החיוביות: $1 < x < 4$, תחום השליליות: $4 < x < 7$

7. א. 1) $c = 6$ 2) $P(1;6)$ 3) לא 4) $y = 6$ 5) A(0;6), B(4;6) ב. $8\frac{2}{3}$, $12\frac{2}{3}$

8. א. 12 ס"מ ב. לא